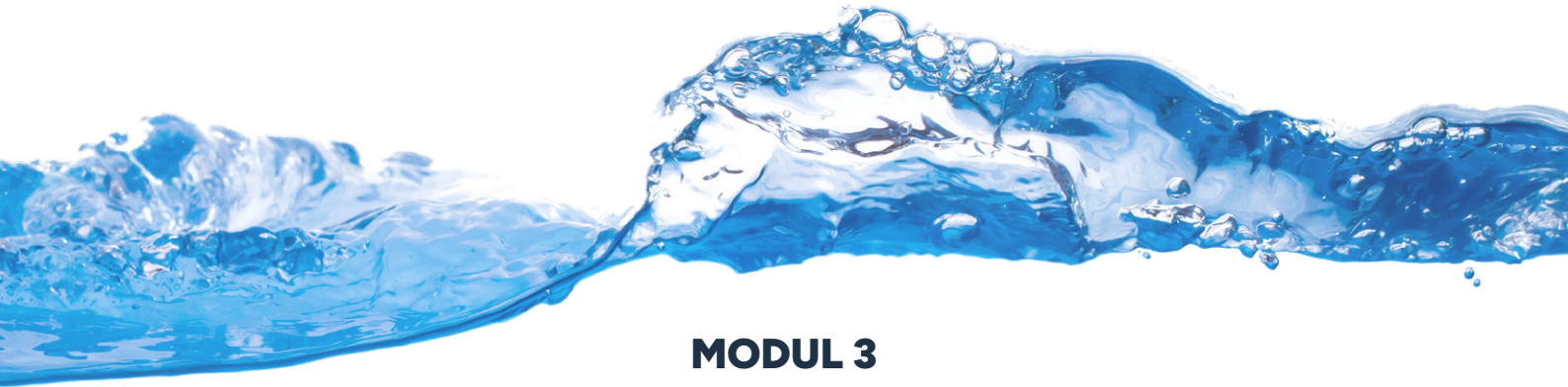


Jakov Labor · Jasmina Zelenko Paduan · Igor Vidović

# FIZIKA u struci

MODUL 5

## Osnove termodinamike



MODUL 3

## Osnove mehanike fluida

---

Udžbenik za strukovne škole



I. izdanje | 2026.



Nakladnik  
**ALFA d. d. Zagreb**  
**Nova Ves 23a**

Za nakladnika  
**Ivan Petric**

Direktorica nakladništva  
**mr. sc. Daniela Novoselić**  
Urednica za Matematiku i Fiziku  
**Tea Borković**

Recenzija  
**prof. dr. sc. Ivica Smolić**  
**Ivana Grabić Marin, prof. savjetnik**  
**Željka Duh Blašković**

Lektura i korektura  
**Kristina Ferenčina**

Likovno i grafičko oblikovanje  
**Irena Lenard**  
**Slaven Tomakić**

Naslovnica  
**Vilim Plužarić**

Ilustracija  
**Igor Vilagoš**  
autori  
**Adobe Stock**

Fotografija  
**Adobe Stock**  
autori

Digitalno izdanje  
**Alfa d. d.**  
**Mozaik Education Ltd.**

Tehnička priprema  
**Alfa d. d.**

Tisak  
**Og grafika d. o. o.**

*Proizvedeno u Republici Hrvatskoj, EU*

OPSEG PAPIRNATOG IZDANJA	MASA PAPIRNATOG IZDANJA	KNJIŽNI FORMAT
184 str.	389 g	265 mm (v) x 210 mm (š)

Digitalno izdanje dostupno je na internetskoj adresi **hr.mozaweb.com** ili putem aplikacije **mozaBook** za pametne uređaje s operativnim sustavima Android i iOS.

© Alfa

**Ova knjiga, ni bilo koji njezin dio, ne smije se umnožavati ni na bilo koji način reproducirati bez nakladnikova pismenog dopuštenja.**

Mozaik Education Ltd. zadržava intelektualno vlasništvo i sva autorska prava za komercijalne nazive *mozaBook*, *mozaWeb*, digitalne proizvode, sadržaje i usluge proizvedene neovisno o nakladniku Alfa d. d.

# Sadržaj

## OSNOVE TERMODINAMIKE

<b>PREGOVOR</b> .....	4
-----------------------	---

### 1. Toplinske pojave i idealni plin

Čestična građa tvari .....	7
Linearno toplinsko rastezanje .....	12
Volumno toplinsko širenje .....	18
Tlak idealnog plina .....	24
Izobarna promjena stanja plina .....	28
Izohorna promjena stanja plina .....	35
Izotermna promjena stanja plina .....	39
Jednadžba stanja idealnog plina .....	44
<b>Zadatci za vježbu 1</b> .....	52

### 2. Termodinamički sustavi i procesi

Unutarnja energija i toplina .....	57
Unutarnja energija idealnog plina .....	65
Promjene agregacijskih stanja .....	69
Promjena unutarnje energije radom .....	76
Prvi zakon termodinamike .....	81
Kružni proces .....	86
Toplinski strojevi .....	89
Rashladni stroj i toplinska pumpa .....	97
Drugi zakon termodinamike .....	101
<b>Zadatci za vježbu 2</b> .....	106

## OSNOVE MEHANIKE FLUIDA

<b>PREGOVOR</b> .....	112
-----------------------	-----

### 1. Statika fluida

Hidrostatski tlak .....	115
Atmosferski tlak .....	122
Hidraulički tlak .....	127
Sila uzgona .....	132

### 2. Dinamika fluida

Protjecanje fluida .....	143
Bernoullijeva jednadžba .....	147
<b>Zadatci za vježbu</b> .....	155
<b>Test za samoprocjenu</b> .....	159

<b>Odgovori na konceptualna pitanja i rješenja numeričkih zadataka</b> .....	162
--	-----

<b>Rješenja zadataka za vježbu</b> .....	179
--	-----

<b>Kazalo pojmova</b> .....	183
-----------------------------	-----

## PREDGOVOR

Nastavno gradivo obuhvaćeno ovim modulom razvrstano je po nastavnim jedinicama.

Nastavne jedinice počinju motivacijskim **problemskim pitanjem** iz svakodnevnog života ili tehnike, iza kojeg slijedi jasan **teorijski dio**. Izravna primjena u bilo kojoj od navedenih struka označena je ikonom „Primjena u struci”.

Prijedlozi **učeničkih pokusa** integrirani su u tekst ili na kraju nastavne jedinice. Neke pokuse možete izvesti uživo, a neki su pokusi virtualni. Simulacijama možete pristupiti preko poveznice ili jednostavno skeniranjem QR koda. Učenički su pokusi prozori u svijet znanosti – kada sami izmjerite, fizika prestaje biti skup formula i pretvara se u iskustvo. Tek kad nešto vidite i isprobate vlastitim rukama, pojmovi dobiju smisao i ostanu zapamćeni mnogo bolje nego samo čitanjem ili slušanjem.

Najčešće neznanstvene predrasude izdvojene su u odlomcima naziva „**Izbjegni pogrešku**”.

Na kraju nastavne jedinice tipičan je **zadatak s postupkom rješavanja**, iza kojeg su **pitanja** za razmišljanje i povezivanje koncepata te numerički **zadaci** za vježbu i stjecanje dojma o tipičnim iznosima fizikalnih veličina. Kada ih riješite, pokazujete da fiziku znate primijeniti u praksi – baš kao tehničari u stvarnim situacijama. **Odgovore i rješenja** potražite na kraju modula.

Učenici koji žele i mogu više pronaći će i **projektne zadatke**: složenije izazove koji se rješavaju timski i traže povezivanje znanja, logike i kreativnosti. **Mentalna mapa** na kraju svake cjeline omogućuje pregled cjeline iz ptičje perspektive.

Mnoga saznanja iz termodinamike – svojstva plinova, utjecaj topline na svojstva tijela, pretvorbe unutarnje energije u mehaničku – imaju važnu praktičnu primjenu u tehničkim strukama. Udžbenik je namijenjen učenicima tehničkih strukovnih škola. Učenici mnogih sektora – od elektrotehničkih i računalno-programerskih do građevinskog, naftno-rudarskog i zrakoplovnog – koriste ga u drugoj ili trećoj godini, a učenici iz drvnih, kemijsko-ekoloških i strojar-skih zanimanja koriste ga u prvom, odnosno četvrtom razredu.

Nadamo se da će vam ovaj udžbenik pomoći da fiziku ne vidite kao niz formula, nego kao dobar temelj za ono što ćete raditi u svojoj struci.

Autori

Ključni pojmovi:

model čestične građe tvari, molekulska-kinetička teorija, idealni plin, agregacijska stanja, toplinsko širenje, izobara, izoterma, izohora, unutarnja energija, toplina, rad plina, zakoni termodinamike, toplinski stroj.

Povezanost modula s međupredmetnim temama

#### **MPT Učiti kako učiti**

uku A.4/5.2. Primjena strategija učenja i rješavanje problema. Učenik se koristi različitim strategijama učenja i samostalno ih primjenjuje pri ostvarivanju ciljeva učenja i rješavanju problema u svim područjima učenja.

uku D.4/5.2. Suradnja s drugima. Učenik ostvaruje dobru komunikaciju s drugima, uspješno surađuje u različitim situacijama i spreman je zatražiti i ponuditi pomoć.

#### **MPT Osobni i socijalni razvoj**

osr B.4.2. Suradnički uči i radi u timu.

osr B.4.3. Preuzima odgovornost za svoje ponašanje.

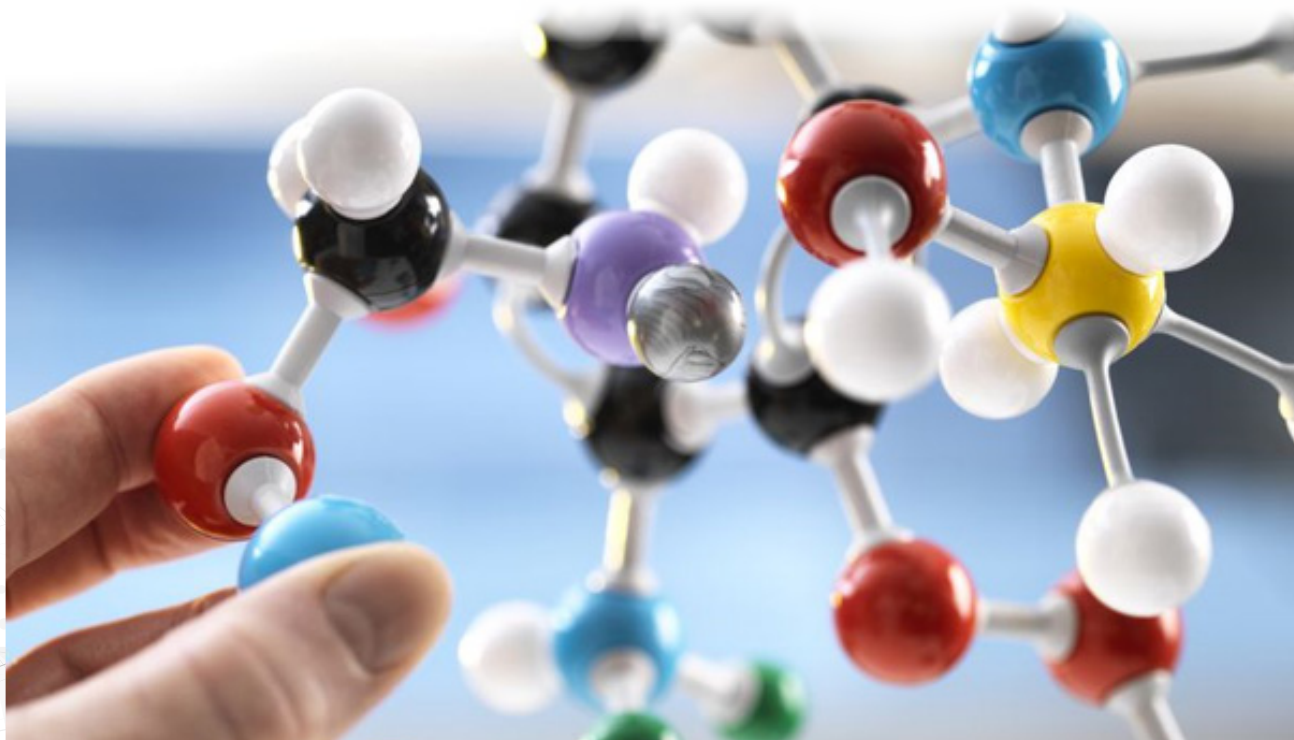
#### **MPT Uporaba informacijske i komunikacijske tehnologije**

ikt A.4.1. Učenik kritički odabire odgovarajuću digitalnu tehnologiju.

ikt C.4.3. Učenik samostalno kritički procjenjuje proces, izvore i rezultate pretraživanja te odabire potrebne informacije.

ikt D.4.1. Učenik samostalno ili u suradnji s drugima stvara nove sadržaje i ideje ili preoblikuje postojeća digitalna rješenja primjenjujući različite načine za poticanje kreativnosti.

# 1. Toplinske pojave i idealni plin



## UVOD U SKUPINU ISHODA

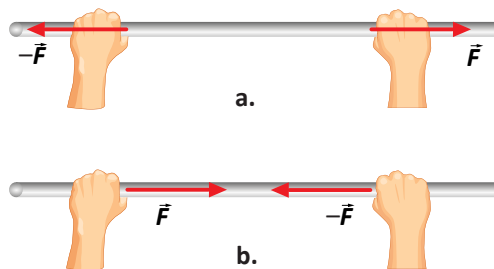
Zašto kotači vlaka proizvode karakteristično kloparanje? Zašto je jedan kraj **čeličnog** mosta fiksiran, a drugi položen na betonski valjak? Zašto puca beton na cestama? Kako radi bimetalna sklopka koju nalazimo na više mjesta u stanu? Kako se projektira spremnik pod tlakom, primjerice vatrogasni aparat ili ronilačka boca? Kako se najučinkovitije rashlađuju uređaji pomoću plinova? Odgovore na ta pitanja možemo dati samo ako razumijemo na koji način lako mjerljive veličine – **tlak, temperatura i volumen** – proizlaze iz **gibanja molekula** koje čine tvar. To je gibanje kaotično i sve življe s porastom temperature. I obrnuto, kada gibanje postane minimalno, dosegнули smo donju granicu temperature – **apsolutnu nulu**. Osim što se gibaju, molekule i **međudjeluju**: u kapljici vode privlače se dovoljno da ostanu povezane, ali se i odbijaju, zbog čega je voda gotovo nestlačiva. Plinovi su drukčiji: oni se slobodno šire, pa su privlačne sile među molekulama zanemarive. Zato su plinovi najjednostavniji za promatranje. Smisao tlaka i temperature najlakše ćemo razumjeti upravo proučavanjem plinova.

## Ishodi učenja

- opisati temperaturu, linearno i volumno toplinsko rastezanje
- navesti plinske zakone
- navesti jednadžbu stanja idealnog plina
- navesti vezu srednje kinetičke energije nasumičnog gibanja čestica plina s temperaturom plina

# Čestična građa tvari

Djelujemo li na neko čvrsto tijelo rukama nastojeći ga rastegnuti (slika 1.1.a.) ili sabiti (slika 1.1.b.), nećemo uspjeti. Zbog čega?



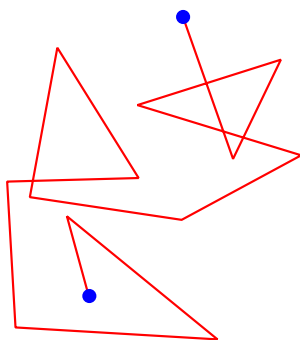
Slika 1.1.

Ljudi su promišljali o strukturi tvari još u davnim antičkim vremenima. Smatra se da je starogrčki filozof Demokrit prvi iznio ideju o čestičnoj strukturi tvari. Danas znamo da se tvari sastoje od molekula, a one od atoma složenih prema određenim pravilima.

Kada su sve molekule tvari međusobno jednake, kažemo da je tvar čista. Čistu tvar čije se molekule sastoje od samo jedne vrste atoma (željezo, kisik...) zovemo elementarnom tvari. Složene čiste tvari imaju molekule koje se sastoje od više vrsta atoma. To su kemijski spojevi (destilirana voda, sol...). Za razliku od čiste tvari smjesa (zrak, mlijeko...) u svom sastavu ima različite vrste molekula.

Čestice tvari (atomi i molekule) tako su sićušne da ih ne možemo promatrati ni najjačim optičkim mikroskopom, već samo elektronskim mikroskopom. Međutim, i mnogo prije razvoja elektronskog mikroskopa dokazano je postojanje atoma i molekula. Naime, postoje pojave koje se mogu objasniti isključivo pretpostavkom o čestičnoj građi tvari. Tako je engleski kemičar **J. Dalton** početkom 19. st. eksperimentalnu činjenicu da se kemijski elementi spajaju u stalnim masenim omjerima objasnio pretpostavkom o atomskoj (čestičnoj) strukturi elemenata.

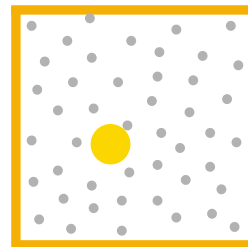
**Gibanje molekula.** Škotski botaničar R. Brown promatrao je 1827. pod mikroskopom pelud u kapi vode i opazio da se čestice peludi gibaju po cik-cak putanjama (slika 1.2.). Gibanje danas nazivamo **Brownovim gibanjem**. Slično gibanje možemo opaziti promatrajući mikroskopom čestice dima u zraku.



Slika 1.2. Brownovo gibanje

## POKUS

Na uokvirenu staklenu ploču dimenzija 50 cm · 50 cm stavimo 30 čeličnih kuglica promjera 0,8 mm i pluteni čep promjera 3 cm (slika 1.3.). Pokrećemo li okvir u horizontalnoj ravnini, tako da se njegovi vrhovi gibaju približno kružno, kuglice se gibaju nasumce i udaraju o pluteni čep. Gibanje plutenog čepa slično je Brownovu gibanju. Stoga se nameće zaključak da bi uzrok Brownovu gibanju mogli biti udarci nevidljivih molekula vode (ili zraka) o mikroskopski vidljive čestice peludi (ili dima).



Slika 1.3. Oponašanje Brownova gibanja

Brownovo gibanje, kao posljedicu nasumičnoga gibanja molekula, objasnio je **A. Einstein** 1905. i pritom izračunao njihovu približnu veličinu – oko  $10^{-10}$  m. Brownovo gibanje možete promatrati na simulaciji na poveznici [https://javalab.org/en/brownian\\_motion\\_en/](https://javalab.org/en/brownian_motion_en/) ili upotrijebite priloženi QR kod.



### POKUS

U čašu ulijemo vodu do  $\frac{3}{4}$  visine čaše. Na površinu vode stavimo komadić suhe kore kruha ili komadić stiropora. Na koru (stiropor) polako izlijevamo crno vino dok ne napunimo čašu, a koru (stiropor) zatim pažljivo izvadimo. U čaši su voda i vino međusobno odvojeni (**slika 1.4.a.**). S vremenom oštra granica između vina i vode nestaje, da bi nakon određenog vremena tekućina u posudi bila jednoliko obojena (**slike od 1.4.b. do 1.4.e.**). Opaženo spontano miješanje dviju različitih tvari zovemo **difuzijom**. Tumačimo je gibanjem molekula. Gibajući se, molekule jedne tvari prodiru među molekule druge tvari. Difuzija se opaža ne samo u tekućinama nego i u drugim agregacijskim stanjima tvari.



Slika 1.4. Difuzija

### POKUS

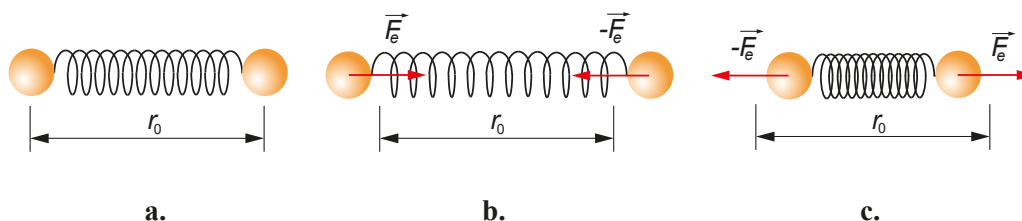
Pripremite čašu s hladnom i čašu s toplom vodom. U svaku čašu stavite epruvetu s vodom. Na dno svake epruvete pipetom pažljivo ispustite malo tinte.

Gdje se difuzija brže odvija? Gdje su molekule gibljivije?

Nasumično (kaotično) gibanje molekula u vodi veće temperature intenzivnije je pa ga zovemo i **termičkim gibanjem** molekula.

**Međumolekulske sile.** Djelujemo li na **čvrsto tijelo** silom, ono neznatno mijenja oblik i volumen. Iz toga zaključujemo da je razmak između susjednih molekula gotovo nepromjenjiv. Posljedica je to sila kojima čestice tijela međusobno djeluju. Te su sile električne prirode, a mogu biti privlačne i odbojne. Pri određenom razmaku među susjednim molekulama rezultanta privlačne i odbojne sile na svaku od molekula jednaka je nuli. Tada su molekule u **ravnotežnom položaju**. Poveća li se razmak među molekulama, privlačna sila postane veća, zbog čega se molekule vraćaju prema ravnotežnom položaju. Obrnuto, kada je razmak među njima manji od ravnotežnoga, odbojna je sila veća od privlačne.

Kada neko čvrsto tijelo pokušamo rastegnuti, tomu se suprotstavljaju privlačne sile među molekulama. Pokušamo li tijelo sabiti, tomu se suprotstavljaju odbojne međumolekulske sile. Sile kojima međusobno djeluju susjedne molekule slične su silama kojima elastična opruga djeluje na kuglice učvršćene za njezine krajeve (**slika 1.5. a., b. i c.**). Na **slici 1.5.a.** opruga nije ni stisnuta ni rastegnuta tako da nema elastične sile na kuglice. Kuglice su u ravnotežnom položaju, a razmak između njih je  $r_0$ . Kada je razmak između kuglica veći od ravnotežnoga (**slika 1.5.b.**) i manji od ravnotežnoga (**slika 1.5.c.**), opruga u obama slučajevima djeluje na svaku kuglicu elastičnom silom ( $F_e$ ) orijentiranom prema ravnotežnom položaju kuglice. Zbog opisane ovisnosti međumolekulskih sila o razmaku među njima molekule titraju oko ravnotežnih položaja.



**Slika 1.5.** Elastične sile na kuglice slične su međumolekulskim silama.

### Izbjegni pogrešku!

Za jednake pomake od ravnotežnog položaja ( $r_0$ ) privlačna i odbojna sila jednakih su iznosa, na što upućuje i model opruge na **slici 1.5.**

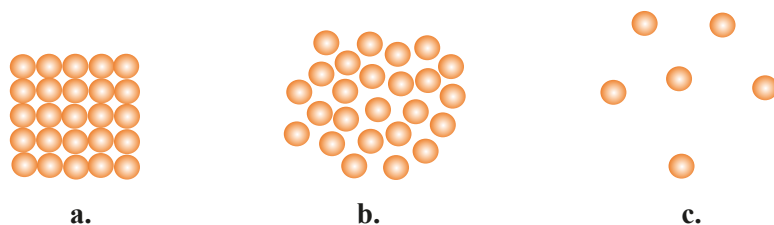
Međumolekulske električne sile ipak su složenije od grubog modela s oprugom. Za jednake pomake od ravnotežnog položaja odbojne sile među molekulama veće su od privlačnih. Model opruge ne može prikazati tu činjenicu.

U **tekućinama** su sile među molekulama slabije nego u čvrstim tijelima. Osim što titraju oko ravnotežnih položaja, molekule u tekućini lako mijenjaju ravnotežne položaje. Zbog slabijih međumolekulskih sila i veće gibljivosti molekula, tekućine nemaju stalan oblik, nego poprimaju oblik posude u kojoj se nalaze. Iako su međumolekulske sile u tekućinama slabije nego u čvrstom agregacijskom stanju, još su toliko jake da tekućine zadržavaju stalan volumen. Zbog toga što su gotovo nestlačive, tekućine se upotrebljavaju u raznim hidrauličkim uređajima.

Gustoće **plinova** mnogo su manje od gustoća čvrstih tijela i tekućina. Usporedimo za primjer gustoću zraka ( $1,29 \text{ kg/m}^3$ ) i gustoću vode ( $1\ 000 \text{ kg/m}^3$ ). Broj molekula plina u nekom volumenu mnogo je manji od broja molekula čvrstog tijela ili tekućine jednakog volumena. To znači da je srednja udaljenost susjednih molekula u plinu mnogo veća nego u čvrstim tijelima i tekućinama. Zbog velikih udaljenosti među susjednim

molekulama, međumolekulske sile u plinovima toliko su slabe da se molekule gibaju gotovo slobodno. Posljedica slobodnoga gibanja molekula jest širenje plina, stoga plin nema stalan ni oblik ni volumen, a kada se nalazi u zatvorenoj posudi, zauzima cijeli volumen posude.

Na slikama 1.6. a., b. i c. dvodimenzionalni je prikaz trenutačnog stanja molekula u čvrstom tijelu, tekućini i plinu.



Slika 1.6. Dvodimenzionalni prikaz trenutačnog stanja molekula u čvrstom tijelu (a.), tekućini (b.) i plinu (c.).

### Izbjegni pogrešku!

U prostoru između molekula tvari samo je zrak.

I zrak se sastoji od molekula. U prostoru između molekula je vakuum.

### Konceptualna pitanja

- Kojim je dvjema pojavama dokazano da se molekule gibaju?
- Što je uzrok Brownova gibanja?
- Ubacili smo po kapljicu tinte u čašu s hladnom vodom (lijevo) i vrućom vodom (desno) te ih nakon pola sata fotografirali. Što iz ovog pokusa možemo zaključiti o gibanju molekula vode?

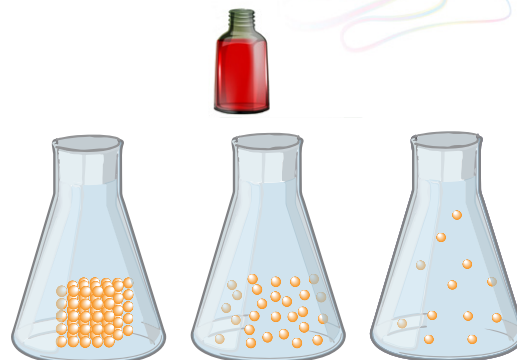


- Kad otvorimo bočicu parfema, zrakom se proširi miris. Spontano miješanje molekula zraka i parfema zove se:

- a) Brownovo gibanje   b) isparavanje  
c) termičko gibanje   d) difuzija.

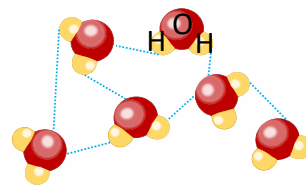


- U bocama se nalazi tvar u trima agregacijskim stanjima. U kojem je agregacijskom stanju: **a.** najveća srednja međumolekulska udaljenost, **b.** najveći srednji iznos brzine gibanja, **c.** najveći iznos međumolekulske sile, **d.** najveća brzina difuzije?



- U kakvom su međusobnom odnosu gibljivost molekula i iznos međumolekulske sile?
- Atomi i molekule međusobno su vezani: **a)** mehaničkom silom, **b)** električnom silom, **c)** magnetskom silom, **d)** gravitacijskom silom.

8. Kada je udaljenost između susjednih molekula manja od ravnotežne, a molekule se međusobno približavaju, međumolekulska je sila: **a)** odbojna i povećava se, **b)** odbojna i smanjuje se, **c)** privlačna i povećava se, **d)** privlačna i smanjuje se.
9. Plave crtice između molekula (**slika**) označavaju međumolekulske veze. Prikazuje li slika strukturu vodene pare, vode ili leda? Po čemu se to vidi?



## UČENIČKI VIRTUALNI POKUS – međuatomske sile

Otvorite interaktivnu računalnu simulaciju na poveznici:

[https://phet.colorado.edu/sims/html/atomic-interactions/latest/atomic-interactions\\_hr.html](https://phet.colorado.edu/sims/html/atomic-interactions/latest/atomic-interactions_hr.html) ili upotrijebite priloženi QR kod.

U izborniku desno parovi su različitih atoma koji međudjeluju. Klikom na desni atom možete mijenjati međuatomsku udaljenost. Klikom na znak + pokraj *Sile* možete učiniti vidljivima privlačnu, odbojnu i ukupnu međuatomsku silu. Istražite i odgovorite:

- Po čemu prepoznajete ravnotežnu udaljenost među atomima?
- Koji par ponuđenih atoma ima najmanju ravnotežnu udaljenost?
- Odmaknite atome na udaljenost na kojoj počinje djelovati privlačna sila.  
Kada ispustite desni atom, kako se on giba?



## UČENIČKI VIRTUALNI POKUS – gibanje molekula

Otvorite interaktivnu računalnu simulaciju na poveznici:

[https://phet.colorado.edu/sims/html/states-of-matter-basics/latest/states-of-matter-basics\\_hr.html](https://phet.colorado.edu/sims/html/states-of-matter-basics/latest/states-of-matter-basics_hr.html) ili upotrijebite priloženi QR kod i kliknite na *Stanja*.

U izborniku desno možete kliknuti na *Čvrsto*, *Tekućina* i *Plin* čime izabirete agregacijsko stanje. Možete kliknuti i na različite ponuđene *Atomi* i *molekule*.

- Opišite gibanje atoma odnosno molekula u čvrstom stanju.
  - Što se dogodi s gibanjem molekula kada izaberete tekuće stanje?  
Što se dogodi s kristalnom strukturom koja je postojala u čvrstom stanju?  
Kako se promijeni gustoća argona, a kako gustoća vode prelaskom iz čvrstog stanja u tekuće?
  - Kako se atomi/molekule gibaju u plinovitom stanju?  
Što možete zaključiti o međumolekulskim silama u plinovitom stanju?
- Na ista pitanja odgovorite i u simulaciji na poveznici [https://javalab.org/en/status\\_solid\\_liquid\\_gas\\_en/](https://javalab.org/en/status_solid_liquid_gas_en/) ili upotrijebite priloženi QR kod. Što označavaju crvene crtice između molekula?



# Linearno toplinsko rastezanje

Zašto se u mostove ugrađuje razdjelnica (slika 1.7.)? Izgleda li ona jednako ljeti i zimi?

Slika 1.7.



Kojom jedinicom iskazujemo temperaturu u svakodnevnom životu?

U osnovnoj ste školi naučili da je u Međunarodnom sustavu jedinica (SI) mjerna jedinica za temperaturu kelvin (K) te da iznos temperature iskazan jedinicom K dobijemo tako da njezinu iznosu u °C dodamo 273. Promjena temperature ima jednak iznos u K i °C.

Usporedite duljinu žica dalekovoda ljeti i zimi. Po čemu se razlikuju ljeto i zima, a što je uzrok razlike u duljini žica?

Temperatura žica ljeti viša je nego zimi pa lako zaključujemo da se žice pri zagrijavanju rastežu. Povećanje duljine žice ili sličnog tijela pri zagrijavanju nazivamo **linearno toplinsko rastezanje**.

Ako je pri zagrijavanju onemogućeno slobodno rastezanje tijela, zagrijavanje može imati štetne posljedice (1.8. a. i b.).

Slika 1.8. Štetni učinci toplinskog širenja



a.



b.

Da bi se mogli slobodno rastezati, dijelovi tračnica, mostova i sličnih građevina moraju biti međusobno razmaknuti (slika 1.9.a.). Isto tako vrelovodne cijevi imaju dijelove u obliku slova U (slika 1.9.b.).



a.



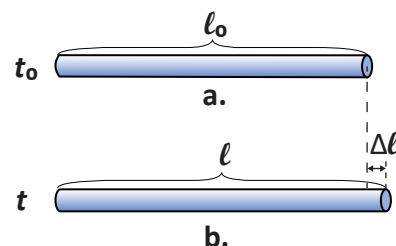
b.

Slika 1.9. Onemogućavanje štetnih posljedica toplinskog širenja

Što se utvrdilo mjerenjima, o čemu ovisi promjena duljine pri linearnom rastezanju?



Označimo s  $t_0$  početnu temperaturu, a s  $l_0$  pripadnu početnu duljinu tijela (slika 1.10 a.). Zagrijavanjem do temperature  $t$  tijelo se produlji na duljinu  $l$  (slika 1.10. b.).



**Slika 1.10.** Produljenje štapa zagrijanog od temperature  $t_0$  na temperaturu  $t$

Mjerenjem je utvrđeno da je produljenje ( $\Delta l$ ) **proporcionalno** početnoj duljini tijela i promjeni temperature ( $\Delta t$ ):

$$\Delta l = \alpha l_0 \Delta t.$$

Veličinu  $\alpha$  zovemo **koeficijent linearnog toplinskog rastezanja**. On pokazuje za koji se dio početne duljine promijeni duljina tijela pri promjeni temperature za 1 K (1 °C).

Koeficijent  $\alpha$  ovisi o vrsti tvari, a iskazujemo ga jedinicom  $\frac{1}{\text{K}}$ , što ćemo zapisivati i kao  $\text{K}^{-1}$ .

Duljina tijela nakon zagrijavanja ( $l$ ) zbroj je početne duljine i produljenja:

$$l = l_0 + \Delta l = l_0 + \alpha l_0 \Delta t$$

$$l = l_0(1 + \alpha \Delta t).$$

Ovisnost duljine o promjeni temperature **linearna** je. Uzmemo li kao početnu temperaturu 0 °C, umjesto  $\Delta t$  možemo pisati samo  $t$ :

$$l = l_0(1 + \alpha t).$$

Koeficijenti linearnog toplinskog rastezanja različiti su za različite tvari (**tablica 1.1.**) i općenito su malog iznosa. Tako bi se, na primjer, bakrena žica duljine 1 m pri zagrijavanju za 1 K produljila tek za 17 tisućinki milimetra.

**Tablica 1.1.** Koeficijent linearnog toplinskog rastezanja ( $\alpha$ ) nekih tvari

Tvar	$\alpha/10^{-6} \text{ K}^{-1}$	Tvar	$\alpha/10^{-6} \text{ K}^{-1}$
aluminij	24	olovo	29
bakar	17	platina	9
beton	10	srebro	19
cink	30	staklo	oko 9
invar	1,2	zlato	14
mjed	20	željezo	12

Upadljivo malen koeficijent  $a$  ima legura invar koja se koristi u spravama za precizno mjerenje duljine ili u satovima. Neke se tvari (npr. guma) stežu pri zagrijavanju, što znači da im je koeficijent linearnog toplinskog rastezanja negativnog predznaka.



### Izbjegni pogrešku!

Udaljenost među susjednim česticama tvari koja se toplinski rasteže povećava se zato što one jače titraju (termičko gibanje).

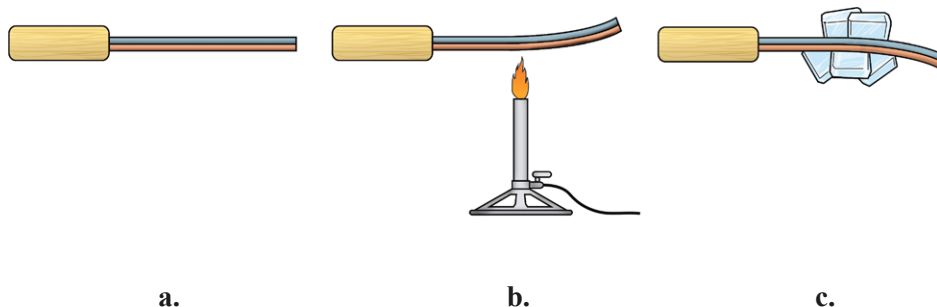
Jače titranje čestica ne objašnjava povećanje srednje udaljenosti među njima. Odbojna se sila više suprotstavlja približavanju čestica nego privlačna sila njihovu udaljavanju. Posljedica je povećanje srednje udaljenosti među česticama.

**Bimetal.** Činjenicu da se različite tvari različito rastežu pri istoj promjeni temperature upotrebljavamo za izradu bimetalne vrpce. Nju čine dvije međusobno spojene vrpce od različitih metala. Pri određenoj temperaturi bimetalna je vrpca ravna (slika 1.11.a.), a pri zagrijavanju se svija (slika 1.11.b.).



Na koju se stranu svija bimetalna vrpca pri zagrijavanju: na onu gdje se nalazi metal većeg ili manjeg koeficijenta toplinskog rastezanja?

Na slici 1.11.c. prikazano je svijanje iste bimetalne vrpce pri hlađenju.

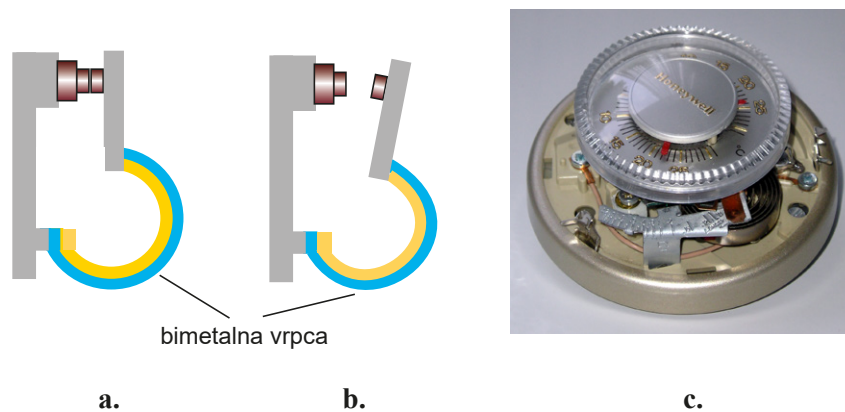


Slika 1.11. Bimetalna vrpca (a.) svijena pri zagrijavanju (b.) i hlađenju (c.)

Glavnu upotrebu bimetalne sklopke možete otkriti u simulaciji na adresi: [https://javalab.org/en/bimetal\\_en/](https://javalab.org/en/bimetal_en/). Upotrijebite priloženi QR kod.

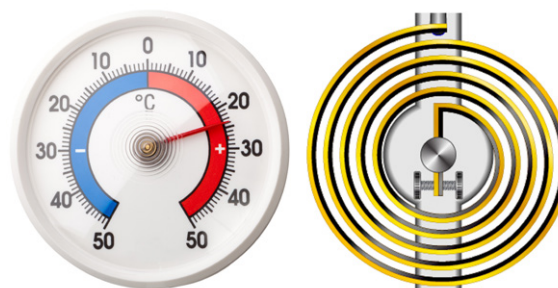


Bimetalna vrpca glavni je dio termostata. Termostat služi za održavanje stalne temperature pri zagrijavanju električnom strujom. Strujni krug zatvara se preko bimetalne vrpce (slika 1.12.a.). Kada temperatura dosegne određenu vrijednost, bimetalna se vrpca deformira i prekine električni kontakt (slika 1.12.b.). Tada zagrijavanje prestane. Kada se temperatura smanji, bimetalna se vrpca vrati u položaj kojim zatvara električni kontakt pa struja opet prolazi. Jedna izvedba termostata prikazana je na slici 1.12.c. Bimetalna vrpca spiralnog je oblika.



Slika 1.12. Bimetalna vrpca kao prekidač (a. i b.) i primjena u termostatu (c.)

Bimetalna vrpca glavni je dio i bimetalnog termometra, koji ima mjernu ljestvicu u jedinicama temperature i kazaljku povezanu s bimetalnom vrpcom (slika 1.13.).



Slika 1.13. Bimetalna vrpca u termometru

**Primjer:** Za koliko je °C potrebno povećati temperaturu željeznog obruča promjera 99,5 cm da bi se mogao staviti na drveni kotač promjera 1 m?

**Rješenje:**

$$d_0 = 99,5 \text{ cm}$$

$$d = 1 \text{ m}$$

$$\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$$

$$\Delta t = ?$$

Opseg obruča mora se povećati za  $\Delta l$ :

$$\Delta l = \alpha l_0 \Delta t$$

Ovdje je duljina  $l_0$  opseg hladnog, a  $l$  opseg zagrijanog željeznog obruča koji mora biti jednak opsegu drvenog kotača. Svaki je opseg  $\pi$  puta veći od promjera, pa i za promjere vrijedi:

$$\Delta d = \alpha d_0 \Delta t,$$

gdje je  $\Delta d = d - d_0 = 0,5 \text{ cm}$ . Traženo je povećanje temperature:

$$\Delta t = \frac{\Delta d}{\alpha d_0} = \frac{0,5 \text{ cm}}{1,2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1} \cdot 99,5 \text{ cm}}$$

$$\Delta t = 419 \text{ K} = 419 \text{ °C}$$

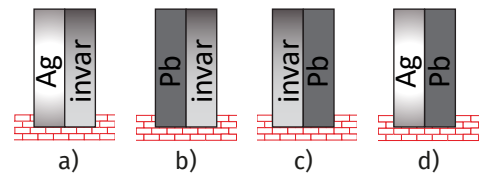
Sjetimo se da je razlika temperatura jednaka u K i °C.

Pokušajte isti primjer riješiti pomoću izraza  $l = l_0 (1 + \alpha \Delta t)$  i procijenite je li to jednostavnije.

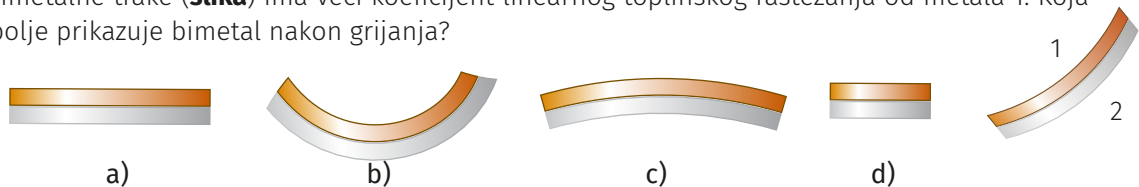


## Konceptualna pitanja

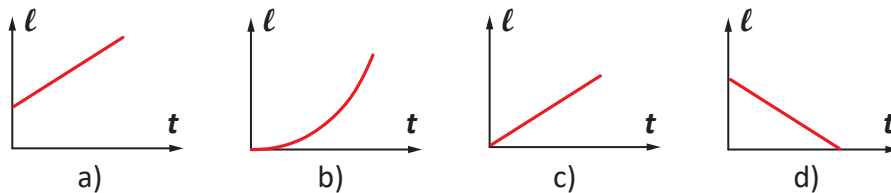
- O čemu ovisi promjena duljine čvrstih tijela pri promjeni temperature?
- Navedite primjer tvari koja se zagrijavanjem skuplja.
- Koji je uzrok klopavanja koje se čuje pri vožnji vlakom?
- Iz činjenice što postoji armirani beton zaključite o odnosu koeficijenta linearnog toplinskog rastezanja čelika i betona.
- Ako je metalni poklopac na staklenci prečvrsto stegnut, što će pomoći: stavljanje poklopca pod mlaz vruće vode ili stavljanje u hladnjak? Objasnite svoj odgovor!
- Nabrojite u kojim je uređajima iz vašeg okruženja ugrađena bimetalna vrpca.
- Dvije željezne šipke jednako su duge, ali prva je dva puta deblja od druge. Usporedite duljine šipki kada im se temperature povećaju za jednaki iznos.
- Pri temperaturi šipka A dulja je od šipke B. Nakon zagrijavanja do temperature šipke imaju jednake duljine.
  - Koja šipka ima veći koeficijent linearnog toplinskog rastezanja?
  - Koja šipka ima veću duljinu na temperaturi većoj od  $t_2$ ?
- Kada bimetalnim trakama na **slici** zagrijavanjem povećamo temperaturu za jednaki iznos, koja će se traka najviše svinuti udesno?



- Metala 2 bimetalne trake (**slika**) ima veći koeficijent linearnog toplinskog rastezanja od metala 1. Koja slika najbolje prikazuje bimetal nakon grijanja?



- Koji graf prikazuje ovisnost duljine nekog metalnog duguljastog predmeta o njegovoj temperaturi?



- Ako većina čvrstih tijela ima koeficijent linearnog rastezanja oko  $1 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ , štap duljine 1 m zagrijan za  $10^\circ \text{C}$  produži se približno: **a)** za desetinku milimetra, **b)** za 1 milimetar, **c)** za pola centimetra, **d)** za 1 centimetar.

## Numerički zadatci

1. Čelični most u Škotskoj, sagrađen još 1890., dug je 2,5 km pri 0 °C. Koliko su konstruktori proračunali produljenje mosta ako su pretpostavili da je najmanja temperatura mosta -10 °C, a najveća 35 °C?

2. Pri temperaturi taljenja leda na metalnom su štapu urezane dvije tanke crte. Razmak među crtama iznosio je 100,00 cm. Kada se štap zagrije do temperature vrenja vode, razmak između crta iznosi 100,18 cm.

Koliki je koeficijent linearnog toplinskog rastezanja metala od kojeg je izrađen štap?

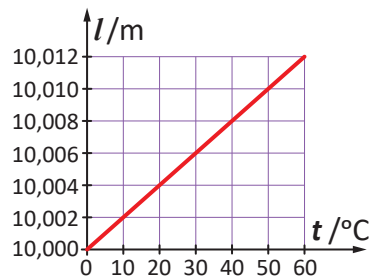
3. Bakreni vod zimi je na temperaturi od -5 °C dugačak 70,00 m. Kolika je duljina tog voda ljeti pri temperaturi od 45 °C?

4. U priloženoj je tablici  $l_0$  početna duljina štapova A i B,  $\Delta t$  promjena njihove temperature, a  $\Delta l$  pripadajuće produljenje. Koji bi se štap više produljio pri jednakoj promjeni temperature kada bi im početne duljine bile jednake?

Štap	$l_0/m$	$\Delta t/^\circ C$	$\Delta l/mm$
A	2	15	0,6
B	1	5	0,4

5. Na **slici** je prikazana ovisnost duljine neke žice o temperaturi. Odredite koeficijent linearnog toplinskog rastezanja žice.

6. (**zahtjevnije**) Na 0 °C žica od željeza dugačka je 220 m, a žica od srebra 219,5 m. Pri kojoj će temperaturi duljine žica biti jednake?



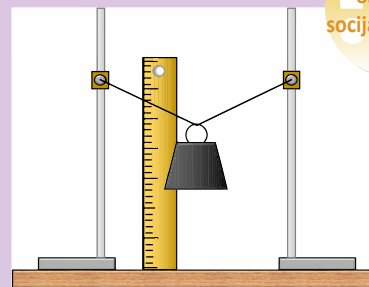
primjena  
u struci

## UČENIČKI POKUS – linearno toplinsko rastezanje gume

Dulju rastezljivu gumicu objesite na stalak s ravnalom tako da slobodno visi. Na donji kraj gumice ovjesite mali uteg tako da je gumica lagano rastegnuta. Označite gdje se nalazi donji kraj utega. Zagrijte gumicu sušilom za kosu. Što se događa s duljinom gumice? Kojeg je predznaka koeficijent toplinskog rastezanja gume?

## PROJEKT – mjerenje koeficijenta linearnog toplinskog rastezanja metala

Tanku žicu duljine oko 50 cm čvrsto razapnite između dvaju učvršćenih stalaka. Na sredinu žice ovjesite uteg mase oko 1 kg. Bunsenovim plamenikom zagrijavajte žicu, izmjerite koliko se uteg spustio i izračunajte produljenje žice. Ako imate dostupan i infracrveni termometar, ponovite mjerenje za nekoliko različitih temperatura. Iz dobivenih podataka izmjerite koeficijent linearnog toplinskog rastezanja materijala žice.



MEĐUPREDMETNA TEMA  
osobni i  
socijalni razvoj

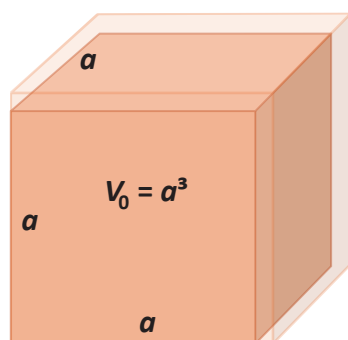
# Volumno toplinsko širenje

Zašto se voda ledi od površine (slika 1.14.), a ne od dna?

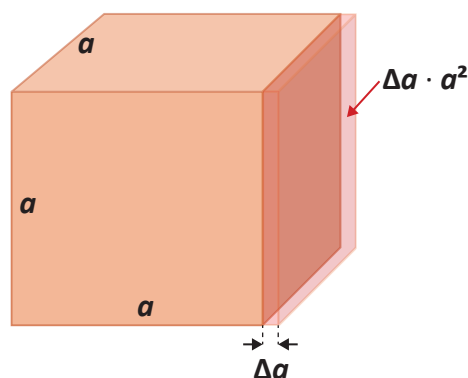


Slika 1.14.

**Volumno toplinsko širenje.** Promjenom temperature tijela mijenjaju se sve njegove dimenzije pa je za pravo riječ o volumnom toplinskom širenju. Izraz za volumen nakon promjene temperature izvest ćemo razmatrajući volumno toplinsko širenje tijela oblika kocke početnog volumena  $V_0$  (slika 1.15.a.).



Slika 1.15.a. Volumno širenje kocke



b. uz izvod promjene volumena

Prvo promotrimo linearno rastezanje samo jedne stranice kocke (slika 1.15.b.). Ona se produljila za  $\Delta a$ . Za to produljenje vrijedi već poznati izraz:

$$\Delta a = \alpha a \Delta t.$$

Time se kocki povećao volumen za  $\Delta a \cdot a^2$ . Na isti će se način rastegnuti i druge dvije stranice, pa će ukupno povećanje volumena biti 3 puta veće:

$$\Delta V = 3 \Delta a \cdot a^2 = 3 \alpha a \Delta t \cdot a^2 = 3 \alpha V_0 \Delta t.$$

Uvođenjem zamjene  $3\alpha = \gamma$  izraz za promjenu volumena glasi:

$$\Delta V = \gamma V_0 \Delta t,$$

a izraz za volumen tijela nakon promjene temperature:

$$V = V_0 (1 + \gamma \Delta t).$$

Veličinu koju smo obilježili  $\gamma$  nazivamo **koeficijent volumnog toplinskog širenja** i iskazujemo jedinicom  $1/K$  ( $K^{-1}$ ). Izvedeni izraz za volumen nakon promjene temperature vrijedi i za tekućine. Koeficijenti volumnog toplinskog širenja nekih tekućina nalaze se u **tablici 1.2**.

Tekućina	živa	voda	benzin	alkohol	ulje
$\gamma/10^{-3} K^{-1}$	0,182	0,2	0,9	1,1	0,7 – 1

**Tablica 1.2.** Koeficijenti volumnog toplinskog širenja nekih tekućina

**Promjena gustoće s temperaturom.** Gustoću tijela ( $\rho$ ) definiramo kao kvocijent mase i volumena:

$$\rho = \frac{m}{V}.$$

Što će se dogoditi s gustoćom tijela koje se zagrijavanjem širi?

Ako je početna gustoća:

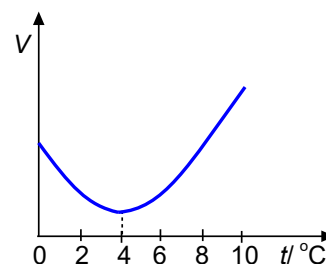
$$\rho_0 = \frac{m}{V_0},$$

nakon promjene temperature je:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{V_0(1 + \gamma\Delta t)}$$

$$\rho = \frac{\rho_0}{1 + \gamma\Delta t}.$$

**Anomalija vode.** Gotovo se svim tekućinama volumen povećava s povećanjem temperature. Međutim, ledeno hladna voda ponaša se upravo suprotno. Pri povećanju temperature uzorka vode od  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  do  $4\text{ }^{\circ}\text{C}$  njegov se volumen smanjuje! Pri daljnjem povećanju temperature volumen se povećava (**slika 1.16**). Tu nepravilnost u promjeni volumena s temperaturom zovemo **anomalijom vode**. Usporedite gustoću vode pri  $4\text{ }^{\circ}\text{C}$  s njezinom gustoćom na nekoj drugoj temperaturi!



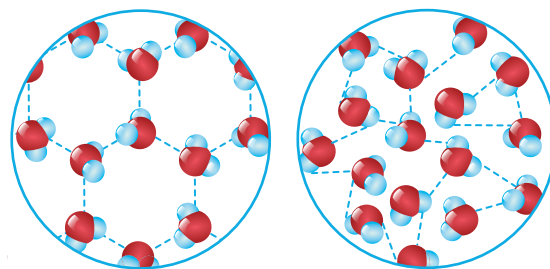
**Slika 1.16.** Nepravilna promjena volumena vode s temperaturom

### Izbjegni pogrešku!

U točki gdje graf na **slici 1.16**. dodiruje os  $V$  možemo očitati volumen leda pri  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

U navedenoj točki možemo očitati volumen vode pri  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Zbog manje gustoće, led jednake mase ima veći volumen te se točka koja odgovara volumenu leda pri  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  nalazi na većoj visini.

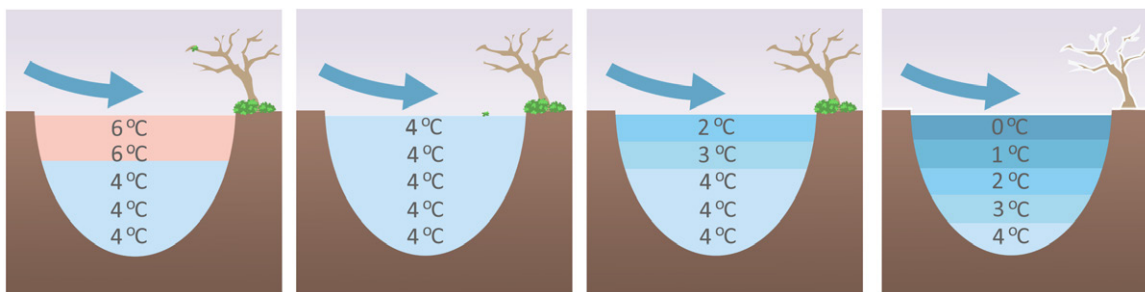
Uzrok anomalije vode jest razlika u strukturi leda (slika 1.17.a.) i vode (slika 1.17.b.). U vodi na 0 °C još uvijek ima mikrokristalića leda koji se povećanjem temperature urušavaju, što uzrokuje smanjenje volumena.



Slika 1.17. Struktura leda (a.) i vode (b.)

Voda se zbog anomalije počinje lediti od površine. Naime, u dodiru sa zrakom površinska se voda hladi i postaje gušća te se spušta, a na površinu izlazi toplija voda. To traje sve dotle dok se površinska voda ne ohladi na 4 °C (slika 1.18.). Hlađenjem površinske vode ispod 4 °C njezina gustoća postaje manja od gustoće toplije vode ispod nje. Zato voda s temperaturom nižom od 4 °C ostaje na površini, gdje će se daljnjim hlađenjem i zalediti.

Smrzavanje vode od površine prema dnu, a ne obratno, važno je za život flore i faune u rijekama, morima i jezerima. Iako je volumen uzorka vode na 0 °C samo 0,013 % veći od volumena na 4 °C, anomalija vode ima dalekosežne posljedice na život na Zemlji.



Slika 1.18. Voda se smrzava od površine prema dnu

**Termometar s tekućinom.** Zbog svojstva da se zagrijavanjem šire, neke se tekućine (alkohol, živa) upotrebljavaju za mjerenje temperature. Tekućina je tada sastavni dio mjerila temperature nazvanog **termometar s tekućinom**. Opisat ćemo načelno kako se izrađuje živin termometar.

Na posudicu sa živom nastavlja se vrlo uska vakuumirana cijev (kapilara) koja je na gornjem kraju zatačljena. Stavimo posudicu s kapilaram u posudu sa stucanim ledom (slika 1.19.a.). Dogovorom je uzeto da temperatura leda koji se tali pri normalnom tlaku (101 325 Pa) iznosi 0 °C, pa tu vrijednost temperature nanosimo uz kraj stupca žive u kapilari.

Kada posudicu s kapilaram stavimo u kipuću vodu (slika 1.19.b.), povećat će se volumen žive i duljina njezina stupca u kapilari. Ako je kipuća voda pod normalnim tlakom, uz kraj stupca žive nanosimo 100 °C. Duljinu stupca koja odgovara jednom stupnju dobijemo tako da duljinu između 0 °C i 100 °C podijelimo na sto jednakih dijelova. Ljestvica se može proširiti ispod 0 °C i iznad 100 °C.