

dr. sc. Ružica Soldo · Ivan Benić · Melita Crnković · Ana Borbaš Bajvić · Tea Borković

# matematika

## u struci



**Osnove matematike**  
**Podatci i financijska pismenost · Geometrija**  
**Udžbenik iz matematike za trogodišnje strukovne škole**



1. izdanje | 2026.



Nakladnik

**ALFA d. d. Zagreb**  
**Nova Ves 23a**

Za nakladnika

**Ivan Petric**

Direktorica nakladništva

**mr. sc. Daniela Novoselić**

Urednica za Matematiku i Fiziku

**Tea Borković**

Recenzija

**dr. sc. Ana Grbac**

**Ivana Lovrenčić**

Lektura i korektura

**Kristina Ferenčina**

Likovno i grafičko oblikovanje

**Edita Keškić**

**Ivan Herceg**

Naslovnica

**Edita Keškić**

**Vilim Plužarić**

Ilustracija

**Igor Bojan Vilagoš**

Fotografija

**Adobe Stock**

**Alfa d. d.**

Digitalno izdanje

**Alfa d. d.**

**Mozaik Education Ltd.**

Tehnička priprema

**Alfa d. d.**

Tisak

**Tiskara Zrinski**

*Proizvedeno u Republici Hrvatskoj, EU*

OPSEG PAPIRNATOG IZDANJA	MASA PAPIRNATOG IZDANJA	KNJIŽNI FORMAT
440 str.	886 g	265 mm (v) x 210 mm (š)

Digitalno izdanje dostupno je na internetskoj adresi [hr.mozaweb.com](http://hr.mozaweb.com) ili putem aplikacije **mozaBook** za pametne uređaje s operativnim sustavima Android i iOS.

©Alfa

**Ova knjiga, ni bilo koji njezin dio, ne smije se umnožavati ni na bilo koji način reproducirati bez nakladnikova pismenog dopuštenja.**

Mozaik Education Ltd. zadržava intelektualno vlasništvo i sva autorska prava za komercijalne nazive *mozaBook*, *mozaWeb*, digitalne proizvode, sadržaje i usluge proizvedene neovisno o nakladniku Alfa d. d.

# SADRŽAJ

---

<b>1. REALNI BROJEVI I POTENCIJE.....</b>	<b>6</b>
1.1. Skup realnih brojeva i računске operacije s realnim brojevima .....	8
1.1.1. Prirodni i cijeli brojevi.....	8
1.1.2. Racionalni brojevi.....	16
1.1.3. Realni brojevi .....	23
1.2. Potencije i računanje s potencijama .....	36
1.3. Znanstveni zapis realnog broja.....	45
1.4. Mjerne jedinice.....	49
<b>2. LINEARNA JEDNADŽBA.....</b>	<b>68</b>
2.1. Linearna jednadžba i linearna nejednadžba .....	70
2.1.1. Linearna jednadžba .....	70
2.1.2. Linearna nejednadžba .....	76
2.2. Sustav jednadžbi .....	81
2.3. Omjeri i proporcionalnost .....	92
2.4. Postotni račun .....	100
<b>3. KVADRATNA JEDNADŽBA.....</b>	<b>118</b>
3.1. Drugi korijen i računanje s korijenima .....	120
3.2. Kvadratna jednadžba .....	127
3.3. Diskriminanta kvadratne jednadžbe .....	136
3.4. Problemi drugog stupnja .....	140
<b>4. STATISTIKA I VJEROJATNOST.....</b>	<b>150</b>
4.1. Prikupljanje podataka i mjere srednje vrijednosti .....	152
4.2. Prikazivanje podataka.....	162
4.3. Događaji.....	170
4.4. Klasična definicija vjerojatnosti.....	177
<b>5. FINACIJSKA PISMENOST.....</b>	<b>194</b>
5.1. Postotni i kamatni račun .....	196
5.2. Bruto i neto plaća .....	202
5.3. Troškovi .....	208
5.4. Kalkulacije.....	216
5.5. Porezna prijava.....	222
<b>6. GEOMETRIJA RAVNINE.....</b>	<b>238</b>
6.1. Opseg i površina geometrijskih likova .....	240
6.2. Sličnost trokuta.....	266

<b>7. TRIGONOMETRIJA .....</b>	<b>288</b>
7.1. Trigonometrijski omjeri u pravokutnom trokutu .....	290
7.2. Poučak o sinusima .....	314
7.3. Poučak o kosinusu .....	326
<b>8. GEOMETRIJA PROSTORA .....</b>	<b>344</b>
8.1. Geometrijsko tijelo i njegova mreža .....	346
8.2. Kocka, kvadar i uspravna prizma .....	353
8.2.1. Volumen i oplošje prizme .....	353
8.2.2. Kocka .....	355
8.2.3. Kvadar .....	360
8.2.4. Uspravna pravilna prizma .....	362
8.3. Piramida .....	369
8.4. Valjak, stožac i kugla .....	376
8.4.1. Valjak .....	376
8.4.2. Stožac .....	379
8.4.3. Kugla .....	384
<b>RJEŠENJA .....</b>	<b>404</b>
<b>KAZALO POJMOVA .....</b>	<b>436</b>



# 1. REALNI BROJEVI I POTENCIJE

- 1.1. Skup realnih brojeva  
i računske operacije s  
realnim brojevima**
  - 1.1.1. Prirodni i cijeli brojevi**
  - 1.1.2. Racionalni brojevi**
  - 1.1.3. Realni brojevi**
- 1.2. Potencije i računanje  
s potencijama**
- 1.3. Znanstveni zapis  
realnog broja**
- 1.4. Mjerne jedinice**



---

## Skup ishoda učenja

### Realni brojevi i potencije, 2 CSVET-a

#### ✓ Moći ćeš:

- izračunati vrijednost jednostavnih izraza s realnim brojevima
- uspoređivati realne brojeve različitih zapisa te primjenjivati računanje s realnim brojevima pri rješavanju jednostavnih problema
- izračunati vrijednost potencije
- izračunati vrijednost jednostavnih brojevnikih izraza s potencijama te pretvarati standardni zapis realnog broja u znanstveni i obratno
- preračunati mjerne jedinice za duljinu, površinu, volumen, tekućinu, masu, vrijeme i novac
- primjenjivati mjerne jedinice pri rješavanju jednostavnih problema.

---

# 1.1. SKUP REALNIH BROJEVA I RAČUNSKE OPERACIJE S REALNIM BROJEVIMA

---

## 1.1.1. Prirodni i cijeli brojevi

### PRISJETI SE!

1. Napiši pet dvoznamenkastih višekratnika broja 4. Jesu li tvoja rješenja parni brojevi?
2. Koji su od brojeva 6, 10, 18, 30, 45, 53, 125, 300 djeljivi s 5? Po čemu to zaključuješ?
3. Koji su brojevi neposredni prethodnik i neposredni sljedbenik broja  $-1$ ?
4. Izračunaj.

a)  $2435 + 169$

b)  $1602 - 387$

c)  $28 \cdot 46$

d)  $864 : 3$

---



Na antarktičkom ledu, gdje temperature mogu pasti i do  $-60^{\circ}\text{C}$ , žive carski pingvini. Koliko je pingvina na fotografiji?

Brojeve koji služe za prebrojavanje nazivamo **prirodni brojevi**.

**UPAMTI!** Skup prirodnih brojeva označavamo  $\mathbb{N}$ .

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

Najmanji prirodni broj jest 1. Prirodnih brojeva ima beskonačno mnogo. Nula nije prirodni broj. Skup prirodnih brojeva i broj 0 čine skup  $\mathbb{N}_0 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$ .

---

### PRIMJER 1.

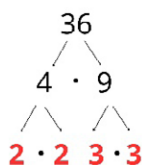
Rastavimo broj 36 na proste faktore.

### ✓ Rješenje

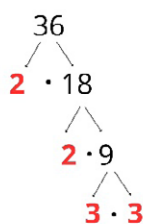
Prisjetimo se da su **prosti brojevi** prirodni brojevi veći od 1 koji su djeljivi SAMO s 1 i samim sobom. Svi ostali prirodni brojevi veći od 1 jesu **složeni brojevi**. Primijetimo da broj 1 nije ni prosti ni složeni broj. Primijetimo i da je 2 jedini prosti parni broj.

Prosti su brojevi 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, ...

Rastavimo 36 na umnožak dvaju brojeva i ponavljamo taj postupak dok ne dođemo do umnoška prostih brojeva.



ili



$$36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3^2$$

Iz rastava na proste faktore možemo odrediti sve djelitelje broja 36.

To su 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36.

**ZADATAK 1.** Rastavi broj na proste faktore i odredi sve njegove djelitelje.

- a) 10      b) 12      c) 18      d) 30      e) 49      f) 100

**UPAMTI!** Najveći zajednički djelitelj zadanih prirodnih brojeva najveći je broj kojim su djeljivi svi ti brojevi.

Najmanji zajednički višekratnik zadanih prirodnih brojeva najmanji je broj koji je djeljiv svim tim brojevima.

### PRIMJER 2.

Odredimo najveći zajednički djelitelj i najmanji zajednički višekratnik brojeva

- a) 18, 24      b) 20, 21.

### ✓ Rješenje

a) Rastavimo brojeve 18 i 24 na proste faktore.

$$18 = 2 \cdot 3 \cdot 3$$

$$24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$$

$$D(18, 24) = 2 \cdot 3 = 6, V(18, 24) = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 72$$

**b)** Rastavimo brojeve 20 i 21 na proste faktore.

$$20 = 2 \cdot 2 \cdot 5$$

$$21 = 3 \cdot 7$$

$$D(20, 21) = 1, V(20, 21) = 20 \cdot 21 = 420$$

Primijetimo da brojevi 20 i 21 nemaju drugog zajedničkog djelitelja osim broja 1.

Za prirodne brojeve koji nemaju drugog zajedničkog djelitelja osim broja 1 kažemo da su **relativno prosti brojevi**.

---

**ZADATAK 2.** Odredi najveći zajednički djelitelj i najmanji zajednički višekratnik brojeva:

- a)** 6, 8    **b)** 8, 10    **c)** 15, 20    **d)** 24, 36    **e)** 12, 15    **f)** 25, 50  
**g)** 3, 4    **h)** 4, 12    **i)** 3, 9    **j)** 6, 7    **k)** 12, 18    **l)** 8, 12.

---

**ZADATAK 3.** Odredi najveći zajednički djelitelj i najmanji zajednički višekratnik brojeva:

- a)** 70, 385    **b)** 105, 126    **c)** 63, 99    **d)** 77, 143    **e)** 84, 120    **f)** 75, 125.

---

**ZADATAK 4.** Odredi najmanji zajednički višekratnik brojeva:

- a)** 2, 3, 4    **b)** 3, 4, 5    **c)** 5, 6, 9    **d)** 2, 7, 3    **e)** 6, 10, 14    **f)** 14, 22, 30.

---

**ZADATAK 5.** Sara i Ivana voze bicikl po kružnoj stazi. Sari treba 5 minuta da prijeđe jedan krug, a Ivani 7 minuta. Ako su krenule istodobno, kada će se ponovo sresti na mjestu s kojeg su krenule?

---

**ZADATAK 6.** Razredni odjel 1.a ima 24 učenika, a 1.b ima 18 učenika. Koji je najveći broj ekipa u koje se mogu podijeliti svi učenici tih razrednih odjela tako da je u svakoj ekipi jednak broj učenika iz 1.a i učenika iz 1.b?

---

**ZADATAK 7.** Cvjećar Luka zalijeva biljke svaka 3 dana, a cvjećar Ante svaka 4 dana. Ako su počeli zalijevati u isto vrijeme, za koliko će dana ponovno zalijevati biljke istoga dana?

---

**ZADATAK 8.** Cvjećarka Matija ima 12 narcisa i 18 tulipana. Želi složiti jednake bukete s istim brojem cvjetova pojedine vrste i da ništa ne ostane. Koliko najviše buketa može složiti?

---

**ZADATAK 9.** Za vjenčanje je potrebno složiti jednake bukete cvijeća u vaze. Treba složiti 60 crvenih i 40 bijelih ruža u vaze s istim brojem cvjetova pojedine boje.

- a)** Na koliko se načina to može učiniti?  
**b)** Koji je najveći broj vaza koje se mogu složiti?  
**c)** Koliko će u njima biti bijelih, a koliko crvenih ruža?

### PRIMJER 3.

Odredimo je li broj 2691 djeljiv s 9?

#### ✓ Rješenje

Prisjetimo se pravila djeljivosti:

Prirodni broj djeljiv je brojem 2 ako je paran.

Prirodni broj djeljiv je brojem 3 ako mu je zbroj znamenaka djeljiv brojem 3.

Prirodni broj djeljiv je brojem 4 ako mu je dvoznamenkasti završetak djeljiv brojem 4.

Prirodni broj djeljiv je brojem 5 ako mu je zadnja znamenka broj 0 ili broj 5.

Prirodni broj djeljiv je brojem 6 ako je djeljiv i brojem 2 i brojem 3.

Prirodni broj djeljiv je brojem 8 ako mu je troznamenkasti završetak djeljiv brojem 8.

Prirodni broj djeljiv je brojem 9 ako mu je zbroj znamenaka djeljiv brojem 9.

Prirodni broj djeljiv je brojem 10 ako mu je zadnja znamenka broj 0.

Zbrojimo znamenke  $2 + 6 + 9 + 1 = 18$ . Zbroj znamenki djeljiv je s 9 pa zaključujemo da je zadani broj 2691 djeljiv brojem 9.

**ZADATAK 10.** Nabroji sve prirodne brojeve manje od 10 kojima je djeljiv broj:

- a) 6120      b) 1287      c) 15 912

**ZADATAK 11.** Napiši:

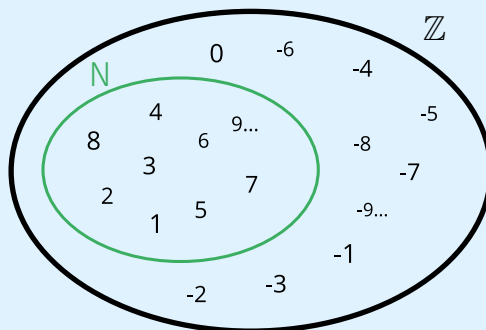
- a) neki neparni troznamenkasti broj kojem su sve znamenke različite, a djeljiv je s 3  
b) neki parni četveroznamenkasti broj kojem su sve znamenke različite, a djeljiv je s 9 i s 5.  
c) neki peteroznamenkasti broj kojem su sve znamenke različite, a djeljiv je s 2 i s 3.

Razlika dvaju prirodnih brojeva ne mora uvijek biti prirodni broj. Kako bismo uvijek mogli odrediti razliku dvaju prirodnih brojeva, skup prirodnih brojeva proširujemo na **skup cijelih brojeva**.

#### UPAMTI!

Skup cijelih brojeva označavamo  $\mathbb{Z}$ .

$$\mathbb{Z} = \{ \dots -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots \}$$



---

**PRIMJER 4.**

Usporedimo cijele brojeve.    **a)**  $-8$  i  $6$             **b)**  $-4$  i  $-10$

**✓ Rješenje**

Označimo cijele brojeve na brojevnom pravcu.



**a)**  $-8 < 6$  jer svaki je negativni cijeli broj uvijek manji od svakog pozitivnog cijelog broja

**b)**  $-4 > -10$  jer od dvaju negativnih cijelih brojeva veći je onaj koji je bliže nuli.

---

**ZADATAK 12.** Poredaj od najmanjeg broja do najvećega:

**a)**  $-3, -15, 1, 19, -33, 60$             **b)**  $-31, 15, 0, 192, -333, -65$             **c)**  $5, -25, 30, 0, 45, -5, -70$ .

---

**PRIMJER 5.**

Izračunajmo.    **a)**  $5 + 14$             **b)**  $-5 - 14$             **c)**  $-5 + 14$             **d)**  $5 - 14$

**✓ Rješenje**

Prisjetimo se:

Cijele brojeve jednakih predznaka zbrajamo tako da zbrojimo njihove apsolutne vrijednosti, a predznak prepisemo.

Cijele brojeve različitih predznaka zbrajamo tako da oduzmemo njihove apsolutne vrijednosti (manju od veće), a predznak broja s većom apsolutnom vrijednosti prepisemo.

**a)**  $5 + 14 = 19$             **b)**  $-5 - 14 = -19$             **c)**  $-5 + 14 = 9$             **d)**  $5 - 14 = -9$

---

**PRIMJER 6.**

Izračunajmo.    **a)**  $10 \cdot 4$             **b)**  $-10 \cdot (-4)$             **c)**  $-10 \cdot 4$             **d)**  $10 \cdot (-4)$

**✓ Rješenje**

Prisjetimo se:

Cijele brojeve jednakih predznaka množimo tako da pomnožimo njihove apsolutne vrijednosti, a umnožak je pozitivni broj.

Cijele brojeve različitih predznaka množimo tako da pomnožimo njihove apsolutne vrijednosti, a umnožak je negativni broj.

a)  $10 \cdot 4 = 40$       b)  $-10 \cdot (-4) = 40$       c)  $-10 \cdot 4 = -40$       d)  $10 \cdot (-4) = -40$

**ZADATAK 13.** Izračunaj.

a)  $8 + 13$       b)  $-6 - 17$       c)  $-4 + 11$       d)  $9 - 15$       e)  $-15 + 12$       f)  $16 - 9$   
g)  $11 \cdot 6$       h)  $-8 \cdot (-7)$       i)  $-7 \cdot 9$       j)  $12 \cdot (-3)$       k)  $13 - (-6)$       l)  $-14 - (-8)$

**PRIMJER 7.**

Izračunajmo.

a)  $-14 - (1 - 8) + 9$   
b)  $5 + 5 \cdot (-8 + 3)$   
c)  $-(9 - 11) + 4 \cdot (-4 + 1 - 8 + 2)$

✓ **Rješenje**

Prisjetimo se redoslijeda rješavanja računskih operacija:

1. zagrade
2. množenje i dijeljenje
3. zbrajanje i oduzimanje

a)	b)	c)
$-14 - (1 - 8) + 9 =$	$5 + 5 \cdot (-8 + 3) =$	$-(9 - 11) + 4 \cdot (-4 + 1 - 8 + 2) =$
$-14 - (-7) + 9 =$	$5 + 5 \cdot (-5) =$	$-(-2) + 4 \cdot (3 - 12) =$
$-14 + 7 + 9 =$	$5 - 25 = -20$	$2 + 4 \cdot (-9) =$
$16 - 14 = 2$		$2 - 36 = -34$

**ZADATAK 14.** Izračunaj.

a)  $-15 - (3 - 10) + 6$       b)  $-6 + 3 \cdot (-4 + 8)$       c)  $(9 - 18) : 3 - 12$   
d)  $5 - 5 \cdot (8 - 11)$       e)  $3 + 4 \cdot (5 + 6) - 1 + 5 \cdot 4$       f)  $(15 \cdot 2 + 4 \cdot 3) : (4 - 3 \cdot 6)$   
g)  $-3 \cdot (-6) \cdot 0 \cdot (-14)$       h)  $3 + 7 \cdot (4 - 6) + 11$       i)  $-5 \cdot (6 - 4 \cdot 2) - (5 + 5 \cdot 5) \cdot (-2)$   
j)  $4 + (-21) : 3 - [5 \cdot (-2) + 4 \cdot (-1) - 36 : (-6)]$       k)  $-1 + (-2) \cdot 3 - [2 + 8 : (-2) - 10 \cdot (-1) - 9]$

---

**PRIMJER 8.**

Izračunajmo koristeći svojstva računanja s cijelim brojevima.

a)  $17 + 748 + 183 + 52$       b)  $9 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 20$       c)  $-6 + 29 + 6 - 33$       d)  $29 \cdot 46 + 29 \cdot 54$

**✓ Rješenje**

Prisjetimo se svojstava zbrajanja i množenja u skupu cijelih brojeva:

Komutativnost zbrajanja i množenja

$$a + b = b + a$$

$$a \cdot b = b \cdot a$$

Asocijativnost zbrajanja i množenja

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

Distributivnost množenja prema zbrajanju

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

$$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$$

Svaki cijeli broj ima suprotni broj takav da vrijedi  $a + (-a) = (-a) + a = 0$ .

a)  $17 + 748 + 183 + 52 = 17 + 183 + 748 + 52 = 200 + 800 = 1000$

b)  $9 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 20 = 5 \cdot 20 \cdot 9 \cdot 8 = 100 \cdot 72 = 7200$

c)  $-6 + 29 + 6 - 33 = 29 - 33 = -4$

d)  $29 \cdot 46 + 29 \cdot 54 = 29 \cdot (46 + 54) = 29 \cdot 100 = 2900$

---

**ZADATAK 15.** Izračunaj koristeći svojstva računanja s cijelim brojevima.

a)  $12 + 88 + 510 + 90$

b)  $25 + 131 + 75 + 69$

c)  $4501 + 242 + 758 + 499$

d)  $713 + 406 + 604 + 287$

e)  $25 \cdot 17 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 2$

f)  $2 \cdot 125 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 8$

g)  $-61 + 593 + 61 - 93$

h)  $98 + 296 - 16 - 98$

i)  $350 \cdot 72 + 350 \cdot 28$

j)  $281 \cdot 48 - 181 \cdot 48$

k)  $295 \cdot 35 + 50 + 295 \cdot 65$

---

**ZADATAK 16.** Od zbroja brojeva  $-5$  i  $-3$  oduzmi umnožak brojeva  $-4$  i  $8$ .

---

**ZADATAK 17.** Od razlike brojeva  $-8$  i  $-4$  oduzmi količnik brojeva  $-12$  i  $4$ .

---

**ZADATAK 18.** Skladište svakodnevno primi 320 kutija robe. Svaka kutija ima masu 10 kg. Kolika je ukupna masa robe koja stigne u skladište tijekom dva tjedna?

---

**ZADATAK 19.** Natjecatelj u kvizu dobiva 5 bodova za svaki točan odgovor, a oduzimaju mu se 3 boda za svaki netočan odgovor. Koliko je bodova ostvarila Ana ako je odgovorila točno na 8 pitanja, a netočno na 4 pitanja?

---

**ZADATAK 20.** Ujutro je temperatura u Našicama iznosila  $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$  Tijekom prijepodneva temperatura je porasla za  $8\text{ }^{\circ}\text{C}$ , a zatim je tijekom poslijepodneva pala za  $4\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Koja je konačna temperatura na kraju dana?

---

**ZADATAK 21.** Izračunaj razmak između dugmadi ako je udaljenost od prvog do sedmog dugmeta na jastučnici 78 cm.

---

**ZADATAK 22.** Vozač kamiona prelazi rutu dugu 400 km. Prvih 100 km potrošnja goriva u prosjeku je 38 litara na 100 km, a ostatak rute potrošnja je 31 litra na 100 km. Koliko je ukupno goriva kamion potrošio tijekom vožnje?



**ZADATAK 23.** Ljerka ima saldo od  $-145\text{ €}$  na tekućem računu. Kupila je mobitel za  $173\text{ €}$ . Hoće li ona prekoračiti dopušteni minus odobren na iznos od  $-320\text{ €}$ ? Koliki će saldo biti na njezinom tekućem računu kad joj stigne uplata plaće u iznosu od  $1047\text{ €}$ ?

---

**ZADATAK 24.** Tvrtka Pekara d. o. o. ostvarila je u 2020. godini dobit od  $54\,125\text{ €}$ , u 2021. godini gubitak od  $40\,625\text{ €}$ , u 2022. godini dobit od  $78\,005\text{ €}$ , a u 2023. godini gubitak od  $106\,566\text{ €}$ . Tijekom tih četiriju godina vlasnica nije isplaćivala dobit niti je pokrivala gubitak uplatama. Vlasnica je u 2024. godini odlučila pokriti gubitak uplatom ili isplatiti dobit. Što će vlasnica učiniti i u kojem iznosu?

### ZANIMLJIVOST!

**Carski pingvini** žive na ledenjacima koji okružuju Antarktiku. Procjenjuje se da tamo ima oko 200 000 parova. Najveća su vrsta među pingvinima. Visoki su 120 cm i imaju masu od 30 do 40 kg. Žive dvadesetak godina. Hrane se račićima, lignjama i ribama. Ženka leže 1 jaje na kojem 9 tjedana sjedi mužjak. Tijekom grijanja jaja mužjak ništa ne jede pa izgubi pola svoje tjelesne mase. Ženka i mužjak zajedno se brinu o potomstvu. Sedam tjedana nakon što se izlegu, mladi pingvini počinju se samostalno kretati. Sa 6 mjeseci odlaze na otvoreno more. Carski pingvini imaju kratka krila (ne mogu letjeti) koja im služe kao peraje u vodi uz pomoć kojih mogu roniti do 280 m dubine. Mogu plivati 10 do 15 km/h. Tijekom zime prehodaju 50 do 120 km u kolonijama koje mogu uključivati do 1000 pingvina.



## 1.1.2. Racionalni brojevi

### PRISJETI SE!

1. Razlomak  $\frac{3}{4}$  proširi brojem 6, a razlomak  $\frac{14}{49}$  skрати brojem 7.
2. Štefica je kupila 2.17 kg jabuka i 2.2 kg krušaka. Kojeg je voća više kupila?
3. Svedi na zajednički nazivnik  $\frac{4}{7}$  i  $\frac{5}{8}$  pa usporedi razlomke.
4. Decimalni broj 0.17 zapiši u obliku razlomka i postotka.
5. Izračunaj: a)  $2.4 + 167.08$       b)  $16.2 - 4.13$ .

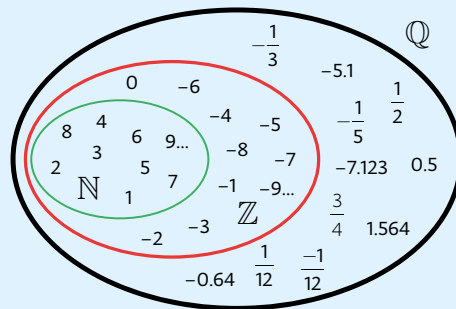
Na slici vidimo dijelove jabuke. Možemo li te dijelove izraziti prirodnim ili cijelim brojem? Ne možemo.

Zapis kojim opisujemo dio neke cjeline ili odnos između dviju veličina nazivamo razlomak, a sve brojeve koji se mogu napisati u obliku razlomka nazivamo **racionalni brojevi**.



**UPAMTI!** Skup racionalnih brojeva označavamo  $\mathbb{Q}$ .

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{Z}, n \neq 0 \right\}$$



Racionalne brojeve možemo, osim u obliku razlomka, zapisati i u decimalnom zapisu. Decimalni zapis racionalnog broja dobit ćemo dijeljenjem brojnika nazivnikom.

### PRIMJER 1.

Zapišimo racionalni broj u decimalnom zapisu.

- a)  $\frac{81}{50}$       b)  $\frac{62}{9}$       c)  $\frac{6}{37}$       d)  $\frac{17}{12}$

## ✓ Rješenje

a)  $\frac{81}{50} = 81 : 50 = 1.62$ . Količnik je racionalni broj kojem je decimalni zapis **konačan**.

Decimalni zapis racionalnog broja konačan je ako rastav nazivnika na proste faktore sadrži samo brojeve 2 i 5.

b)  $\frac{62}{9} = 62 : 9 = 6.8888\dots = 6.\dot{8}$ . Količnik je racionalni broj kojem je decimalni zapis **čisto**

**periodičan** s periodom 8.

c)  $\frac{6}{37} = 6 : 37 = 0.162162\dots = 0.\dot{1}6\dot{2}$ . Količnik je racionalni broj kojem je decimalni zapis čisto

periodičan s periodom 162.

Decimalni je zapis racionalnog broja čisto periodičan ako rastav nazivnika na proste faktore ne sadrži ni broj 2 ni broj 5.

d)  $\frac{17}{12} = 17 : 12 = 1.416666\dots = 1.41\dot{6}$ . Količnik je racionalni broj kojem je decimalni zapis

**mješovito periodičan** s periodom 6 i pretperiodom 41.

Decimalni je zapis racionalnog broja mješovito periodičan ako rastav nazivnika na proste faktore uz brojeve 2 i 5 sadrži i neki drugi prosti faktor.

Svaki racionalni broj ima konačni decimalni zapis ili periodični decimalni zapis (čisto ili mješovito periodični).

---

**ZADATAK 1.** Zapiši racionalni broj u decimalnom zapisu.

a)  $\frac{161}{8}$

b)  $\frac{5}{11}$

c)  $\frac{334}{303}$

d)  $\frac{20}{21}$

e)  $\frac{715}{150}$

f)  $\frac{194}{44}$

---

Prisjetimo se da je znak % zapravo razlomak  $\frac{1}{100}$  pa je  $p\%$  racionalni broj  $\frac{p}{100}$ .

Omjer je količnik  $a : b$ , možemo ga zapisati i u obliku razlomka  $\frac{a}{b}$ .

### PRIMJER 2.

Zapišimo decimalni broj u obliku postotka, razlomka i omjera. a) 0.7    b) 0.04    c) 0.35

#### ✓ Rješenje

$$\text{a) } 0.70 = 70 \% = \frac{70 : 10}{100 : 10} = \frac{7}{10} = 7 : 10 \qquad \text{b) } 0.04 = 4 \% = \frac{4 : 4}{100 : 4} = \frac{1}{25} = 1 : 25$$

$$\text{c) } 0.35 = 35 \% = \frac{35 : 5}{100 : 5} = \frac{7}{20} = 7 : 20$$

ZADATAK 2. Popuni tablicu.

Razlomak				$\frac{11}{100}$				$\frac{5}{8}$
Decimalni broj	0.9				0.01			
Postotak		3 %				24 %		
Omjer			2 : 5				8 : 25	

### PRIMJER 3.

Svedimo na isti zapis pa usporedimo dva racionalna broja.

a) 2.5 i 2.154    b)  $-\frac{11}{15}$  i  $-\frac{7}{10}$     c) 36 % i 0.37    d)  $-\frac{16}{3}$  i -5.34

#### ✓ Rješenje

a)  $2.5 > 2.154$ , drugi način je da dopišemo nule  $2.500 > 2.154$

b) Svođenjem razlomaka na zajednički nazivnik 30 slijedi  $-\frac{11 \cdot 2}{15 \cdot 2}$  i  $-\frac{7 \cdot 3}{10 \cdot 3}$  pa dobivamo  $-\frac{22}{30} < -\frac{21}{30}$ .

c) Zapisat ćemo oba broja u obliku postotka i dobiti  $36 \% < 37 \%$ .

d) Zapisat ćemo brojeve u decimalnom zapisu pa imamo  $-5.\dot{3} > -5.34$ .

Svaki od ovih zadataka mogli smo riješiti i na drugi način, ovisno o tome koji smo zapis odabrali za zapis brojeva.

---

**ZADATAK 3.** Svedi na isti zapis pa usporedi dva racionalna broja.

- a)  $-0.387$  i  $-0.4$       b)  $-\frac{6}{11}$  i  $-\frac{5}{9}$       c)  $7\%$  i  $0.071$       d)  $\frac{-27}{4}$  i  $-6.7\dot{6}$       e)  $4.6$  i  $\frac{29}{7}$
- 

**ZADATAK 4.** Poredaj od najmanjeg broja do najvećega:

- a)  $12.12, 6.7, -45.3, -8.29$       b)  $5.1, 5.04, 5.63, 5.705, 5.029$       c)  $-0.424, -0.43, 0.401, 0.45, 0.447$
- 

**ZADATAK 5.** Poredaj od najvećeg broja do najmanjega:  $-\frac{1}{2}, -0.25, -\frac{7}{4}, -1.5, -2\frac{3}{4}$ .

---

#### PRIMJER 4.

Izračunajmo. a)  $-4.28 - 162.1$       b)  $-17.5 + 2.67$       c)  $0.5 \cdot (-1.25)$       d)  $-0.36 : (-0.3)$

#### ✓ Rješenje

a) Decimalne brojeve jednakih predznaka zbrajamo tako da zbrojimo njihove apsolutne vrijednosti, a predznak prepisemo.

$$-4.28 - 162.1 = -(4.28 + 162.10) = -166.38$$

b) Decimalne brojeve različitih predznaka zbrajamo tako da oduzmemo njihove apsolutne vrijednosti, a predznak broja s većom apsolutnom vrijednosti prepisemo.

$$-17.5 + 2.67 = -(17.50 - 2.67) = -14.83$$

c) Decimalne brojeve jednakih predznaka množimo tako da pomnožimo njihove apsolutne vrijednosti, a umnožak je pozitivni broj.

Decimalne brojeve različitih predznaka množimo tako da pomnožimo njihove apsolutne vrijednosti, a umnožak je negativni broj.

$$0.5 \cdot (-1.25) = -(0.5 \cdot 1.25) = -0.625$$

d) Decimalne brojeve jednakih predznaka dijelimo tako da podijelimo njihove apsolutne vrijednosti, a količnik je pozitivni broj.

Decimalne brojeve različitih predznaka dijelimo tako da podijelimo njihove apsolutne vrijednosti, a količnik je negativni broj.

$$-0.36 : (-0.3) = 0.36 : 0.3 = (0.36 \cdot 10) : (0.3 \cdot 10) = 3.6 : 3 = 1.2$$

---

**ZADATAK 6.** Izračunaj.

- a)  $16.5 + 154.13$       b)  $106.99 - 100.71$       c)  $0.05 + 1.065$       d)  $4.3 - 29.8$   
 e)  $-181.9 - 47.6$       f)  $0.25 - 4.7 + 3.678$       g)  $6.9 + 11.08 - 0.7$       h)  $-6.5 \cdot 2.7$   
 i)  $17.1 : 3.8$       j)  $3.5 + 6.5 \cdot (7.6 + 2.4)$       k)  $2.3 \cdot (-0.4) + 8.45$       l)  $17.5 : 2.5 \cdot (-14.8 + 2.3)$

**PRIMJER 5.**

Odredimo recipročne brojeve sljedećim brojevima:  $-2$ ,  $\frac{1}{5}$ ,  $\frac{7}{9}$ ,  $-\frac{10}{11}$ ,  $0.3$ .

✓ **Rješenje**

Prisjetimo se da su razlomci  $\frac{a}{b}$  i  $\frac{b}{a}$  međusobno recipročni jer vrijedi da je

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1, a \neq 0, b \neq 0.$$

Broj	$-2$	$\frac{1}{5}$	$\frac{7}{9}$	$-\frac{10}{11}$	$0.3$
Recipročni broj	$-\frac{1}{2}$	$5$	$\frac{9}{7}$	$-\frac{11}{10}$	$\frac{10}{3}$

**ZADATAK 7.** Odredi recipročne brojeve sljedećih brojeva:  $7$ ,  $\frac{1}{9}$ ,  $\frac{13}{5}$ ,  $-\frac{4}{3}$ ,  $0.75$ .

**PRIMJER 6.**

Izračunajmo.

- a)  $-\frac{1}{5} + \frac{3}{4}$       b)  $-2 + 2\frac{3}{5}$       c)  $-\frac{4}{3} \cdot \left(-\frac{7}{5}\right)$       d)  $-\frac{2}{5} : \frac{11}{7}$

✓ **Rješenje**

Prisjetimo se pravila za zbrajanje, množenje i dijeljenje razlomaka.

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d} \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d} \quad \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

$$\text{a) } -\frac{1}{5} + \frac{3}{4} = -\frac{1 \cdot 4}{5 \cdot 4} + \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 5} = \frac{-4 + 15}{20} = \frac{11}{20}$$

$$\text{b) } -2 + 2\frac{3}{5} = -\frac{10}{5} + \frac{2 \cdot 5 + 3}{5} = -\frac{10}{5} + \frac{13}{5} = \frac{3}{5}$$

$$\text{c) } -\frac{4}{3} \cdot \left(-\frac{7}{5}\right) = \frac{4 \cdot 7}{3 \cdot 5} = \frac{28}{15}$$

$$\text{d) } -\frac{2}{5} : \frac{11}{7} = -\frac{2}{5} \cdot \frac{7}{11} = -\frac{14}{55}$$