

Siniša Hrga

SUDOKU 2

za radoznalce i natjecatelje

radna bilježnica s riješenim primjerima
za učenike od 5. do 8. razreda

1. izdanje



2024.



NAKLADNIK
Alfa d. d. Zagreb
Nova Ves 23a

ZA NAKLADNIKA
Ivan Petric

DIREKTORICA NAKLADNIŠTVA
mr. sc. Daniela Novoselić

UREDNIKA ZA MATEMATIKU I FIZIKU
Tea Borković

RECENZIJA
dr. sc. Tanja Vojković, doc.

LEKTURA I KOREKTURA
Kristina Ferenčina

DIZAJN
Maja Draganić

GRAFIČKO OBLIKOVANJE
Slaven Tomakić

ILUSTRACIJE
Adobe Stock

TISAK

Draga učenice, dragi učenice!

Pred tobom je radna bilježnica *SUDOKU 2 za radoznalce i natjecatelje* namijenjena učenicima od 5. do 8. razreda osnovne škole, kao i svim zaljubljenicima u sudoku-zadatke koji žele podići svoju razinu rješavanja.

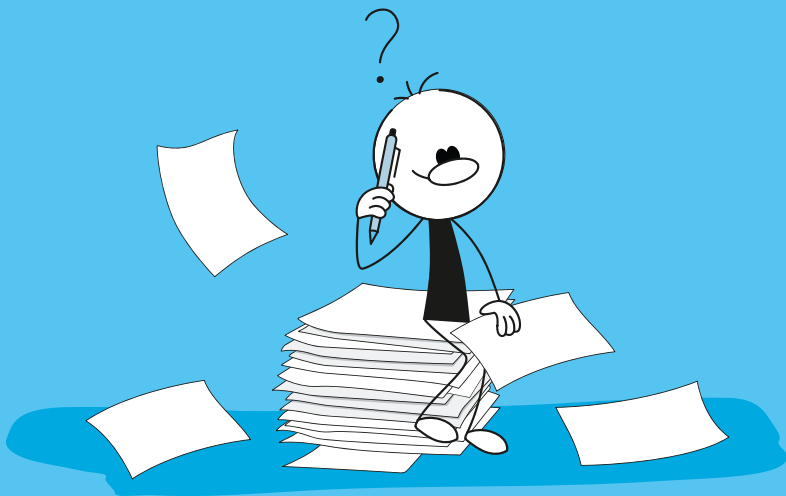
Ova radna bilježnica donosi različite metode rješavanja zadataka prilagođene dobnoj skupini i težini zadataka, a isto tako i pomoć pri rješavanju posebnih vrsta sudoku-varijacija.

Radna bilježnica podijeljena je u šesnaest poglavlja i donosi dvadeset četiri vrste zadataka. Pri rješavanju tih zadataka dobro je i upisivati vrijeme potrebno za rješavanje (nakon što svladaš određenu vrstu sudoku-varijacije i logiku rješavanja). Na kraju možeš usporediti vrijeme koje ti je bilo potrebno na početku i nakon što prođeš cijelu radnu bilježnicu. Rješavanjem zadataka uz mjerenje vremena vježbaš rješavanje pod pritiskom te brzinu razmišljanja, a uvijek možeš obarati vlastite rekorde.

Osim toga moći ćeš razvijati svoje matematičke vještine, logiku, strpljenje, koncentraciju, vještine kreativnog mišljenja, percepcije, lateralnog razmišljanja i rješavanja problema.

Želim ti uspješno i zabavno rješavanje!

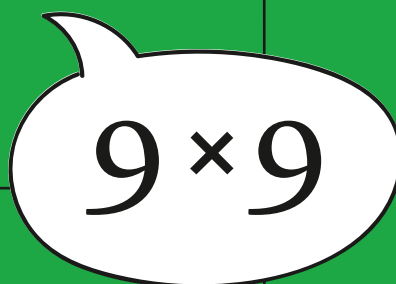
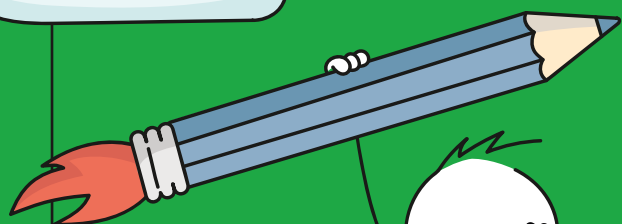
Siniša Hrga



Sadržaj:

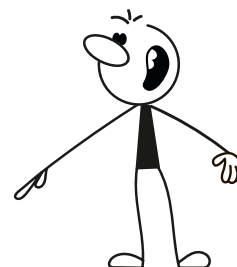
6 Klasični sudoku	26 Sudoku s likovima – klasični i dijagonalni	38 123-456-789 sudoku	44 Par-nepar sudoku
20 Klasični dijagonalni sudoku			
50 Susjedni sudoku	56 Niz sudoku	62 X V sudoku	68 Sudoku zbroj
74 Sudoku veći – manji	80 Produkt u omeđenom prostoru sudokua	86 Kendoku sudoku s računskim operacijama	92 Produkt na tabli
98 Sudoku samuraj	112 Kropki sudoku	118 Mix sudoku	126 Povezani sudoku

136
Rješenja



Klasický sudoku

Za početak rješavanja prvo ćemo objasniti pravila rješavanja sudoku-zadataka i nekoliko osnovnih metoda rješavanja. U sudokuu se koristi određeni niz različitih znakova, a taj niz mogu biti: likovi, boje, slike, no najčešće su to brojevi. Veličina sudokua (5x5, 6x6, 8x8... ili 15x15...) određuje koliko će različitih znakova imati zadani sudoku.



ZADATAK:

Dopunite mrežu brojevima od 1 do 9 tako da se isti broj ne javlja ni u jednom retku, stupcu i posebno označenom kvadratu 3x3.

	4	1			9	3		
				5			4	6
			3					
	7	3				2		1
			5		6			
4	8		2			7		9
1				6				
	6	7			1	4	8	
		2	7					

Radi lakšeg razumijevanja pozicije u okviru zadanog sudoku-zadatka podijelit ćemo mrežu na devet regija – veliki kvadrati 3x3 (koji su već podijeljeni samim zadatkom) i 81 polje – manji kvadrat kao par (stupac, redak) velikog sudoku-zadatka gdje su stupci slova a – i, a redci brojevi 1 – 9.

1	2	3
4	5	6
7	8	9

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									
9									

Ako kažemo regija 6, mislimo na ovo obojeno područje sudoku-zadataka.

1	2	3
4	5	6
7	8	9

Ako kažemo polje (f, 7), to znači da mislimo na ovo obojeno polje sudoku-zadataka.

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									
9									

U svakom omeđenom liku 3x3, odnosno regiji brojevi **moraju biti različiti**.

7	4	1	6	8	9	3	2	5
3	2	8	1	5	7	9	4	6
9	5	6	3	2	4	1	7	8
6	7	3	4	9	8	2	5	1
2	1	9	5	7	6	8	3	4
4	8	5	2	1	3	7	6	9
1	3	4	8	6	2	5	9	7
5	6	7	9	3	1	4	8	2
8	9	2	7	4	5	6	1	3

U svakom retku (1, 2, ..., 9) brojevi **moraju biti različiti**.

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	7	4	1	6	8	9	3	2	5
2	3	2	8	1	5	7	9	4	6
3	9	5	6	3	2	4	1	7	8
4	6	7	3	4	9	8	2	5	1
5	2	1	9	5	7	6	8	3	4
6	4	8	5	2	1	3	7	6	9
7	1	3	4	8	6	2	5	9	7
8	5	6	7	9	3	1	4	8	2
9	8	9	2	7	4	5	6	1	3

U svakom stupcu (a, b, c, ..., i) brojevi **moraju biti različiti**.

ELIMINACIJA POLJA U JEDNOM SMJERU (vodoravno ili okomito)

Promotrimo broj 4 u regijama 1, 4 i 7. Vidimo da regije 1 i 4 već sadrže broj 4 koji se nalazi u stupcima a i b. Kada eliminiramo polja stupaca a i b u kojima se nalazi traženi broj, ostaje nam jedino polje (c, 7) u koje možemo upisati traženi broj 4.

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1		4	1			9	3		
2					5			4	6
3				3					
4		7	3				2		1
5				5		6			
6	4	8		2			7		9
7	1		4		6				
8		6	7			1	4	8	
9			2	7					

Isto tako možemo riješiti broj 4 u šestoj regiji eliminirajući polja u stupcima g i h.

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1		4	1			9	3		
2					5			4	6
3				3					
4		7	3				2		1
5				5		6			
6	4	8		2			7		9
7	1				6				
8		6	7			1	4	8	
9			2	7					

ELIMINACIJA POLJA U DVA SMJERA

Eliminacijom broja 1 u sedmom i osmom retku ostaju u devetom retku dva polja u koja možemo upisati broj 1. Jedno polje eliminirat ćemo stupcem „i” u kojem se nalazi broj 1 te se naš broj nalazi u polju (h, 9).

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1		4	1			9	3		
2					5			4	6
3				3					
4		7	3				2		1
5				5		6			
6	4	8		2			7		9
7	1				6				
8		6	7			1	4	8	
9			2	7			6	1	

Eliminiramo polja u stupcima e i f, a zatim polja u retku 2. Naše polje u koje možemo upisati traženi broj u regiji 2 jest (d, 1).

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1		4	1	6		9	3		
2					5			4	6
3				3					
4		7	3				2		1
5				5		6			
6	4	8		2			7		9
7	1				6				
8		6	7			1	4	8	
9			2	7					

PRIKRIVENA ELIMINACIJA POLJA U JEDNOM SMJERU (vodoravno ili okomito)

Pokušajmo pronaći broj 6 u regiji 9. Eliminacijom stupca i retka dobivamo dva slobodna polja za upis broja 6. Rješenje ćemo dobiti rješavanjem broja 6 u regiji 6.

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1		4	1			9	3		
2					5			4	6
3				3					
4		7	3				2		1
5				5		6			
6	4	8		2			7		9
7	1				6				
8		6	7			1	4	8	
9			2	7			6	6	

Promotrimo regiju 6 – u njoj eliminacijom u jednom smjeru dobivamo dva polja koja mogu sadržavati broj 6. Mi ne znamo u kojem se od tih dvaju polja nalazi broj 6, ali znamo da ni jedno preostalo polje stupca h ne sadrži broj 6.

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1		4	1			9	3		
2					5			4	6
3				3					
4		7	3				2	6	1
5				5		6			
6	4	8		2			7	6	9
7	1				6				
8		6	7			1	4	8	
9			2	7			6	6	



Sada vidimo da u stupcu h broj 6 može biti u retku 4 ili 6. Za rješavanje regije 9 nevažno je na kojem se od tih dvaju mjesta nalazi broj 6, ali znamo da možemo eliminirati ostala polja u stupcu h, što znači da eliminiramo polje (h, 9) i broj 6 nalazi se u polju (g, 9).

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1		4	1			9	3		
2					5			4	6
3				3					
4		7	3				2	6	1
5				5		6			
6	4	8		2			7	6	9
7	1				6				
8		6	7			1	4	8	
9			2	7			6		

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1		4	1			9	3		
2					5			4	6
3				3					
4		7	3				2	6	1
5				5		6			
6	4	8		2			7	6	9
7	1				6				
8		6	7			1	4	8	
9			2	7			6		

ELIMINACIJA POLJA PAROM DVAJU ISTIH BROJEVA

Prvo riješimo četvorku u regiji 7.

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1		4	1			9	3		
2					5			4	6
3				3					
4		7	3				2		1
5				5		6			
6	4	8		2			7		9
7	1		4		6				
8		6	7			1	4	8	
9			2	7					



Isto ponovimo i za regiju 2, gdje ostanu polja (e, 3) i (f, 3).

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1		4	1			9	3		
2					5			4	6
3				3	4	4			
4		7	3				2		1
5				5		6			
6	4	8		2			7		9
7	1		4		6				
8		6	7			1	4	8	
9			2	7	4	4			

Kada eliminiramo polja koja ne mogu sadržavati broj četiri u regiji 8, ostanu dva polja u koja možemo upisati broj četiri, a to su polja (e, 9) i (f, 9).

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1		4	1			9	3		
2					5			4	6
3				3					
4		7	3				2		1
5				5		6			
6	4	8		2			7		9
7	1		4		6				
8		6	7			1	4	8	
9			2	7	4	4			

Sada riješimo regiju 5. Ne znamo koja se četvorka nalazi u stupcu e, a koja u stupcu f, ali znamo da su u regiji 5 sva polja preko kojih prolaze stupci e i f eliminirana. Ostaje nam samo jedno slobodno polje u koje možemo upisati broj četiri.

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1		4	1			9	3		
2					5			4	6
3				3	4	4			
4		7	3	4			2		1
5				5		6			
6	4	8		2			7		9
7	1		4		6				
8		6	7			1	4	8	
9			2	7	4	4			

PREBROJAVANJE (traženje jedinog broja koji se može upisati u polje)

Promatramo regiju 6 i u njoj polje (h, 5). U zadanom omeđenom prostoru već su upisani brojevi 1, 2, 7 i 9. Vidimo da stupac h sadrži brojeve 4 i 8, što znači da se ne mogu upisati u traženo polje. Isto vrijedi za redak 5 u kojem su brojevi 5 i 6.

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1		4	1			9	3		
2					5			4	6
3				3					
4		7	3				2		1
5				5		6			
6	4	8		2			7		9
7	1				6				
8		6	7			1	4	8	
9			2	7					

Jedini preostali broj koji se može upisati u promatrano polje jest broj 3.

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1		4	1			9	3		
2					5			4	6
3				3					
4		7	3				2		1
5				5		6		3	
6	4	8		2			7		9
7	1				6				
8		6	7			1	4	8	
9			2	7					

PREBROJAVANJE PAROM BROJEVA U REGIJI

Analizirajmo malo regiju četiri. Prvo ćemo promotriti brojeve 5 i 6 u petom retku. Vidimo da brojevi 5 i 6 moraju biti u poljima (a, 4) i (c, 6). Mi još ne znamo kako su raspoređeni, ali to su brojevi koji zauzimaju ta dva polja.

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1		4	1			9	3		
2					5			4	6
3				3					
4	56	7	3				2		1
5				5		6			
6	4	8	56	2			7		9
7	1				6				
8		6	7			1	4	8	
9			2	7					

Ovdje ćemo se osvrnuti na brojeve 1 i 2 u četvrtom retku i stupcu c. Eliminacijom polja koja ne mogu biti popunjena brojevima 1 i 2 dobivamo da se oni nalaze u poljima (a, 5) i (b, 5).

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1		4	1			9	3		
2					5			4	6
3				3					
4		7	3				2		1
5	12	12		5		6			
6	4	8		2			7		9
7	1				6				
8		6	7			1	4	8	
9			2	7					

Kada sažmemo prethodne dvije analize, vidimo da u dva polja postoji dvobroj 1, 2, a u dva polja dvobroj 5, 6. Četiri su broja upisana.

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1		4	1			9	3		
2					5			4	6
3				3					
4	56	7	3				2		1
5	12	12		5		6			
6	4	8	56	2			7		9
7	1				6				
8		6	7			1	4	8	
9			2	7					

Ostaje nam samo upisati broj koji nedostaje, a to je broj 9.

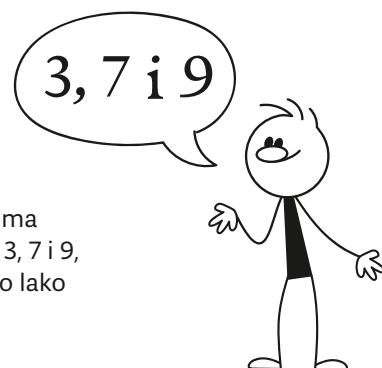
	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1		4	1			9	3		
2					5			4	6
3				3					
4	56	7	3				2		1
5	12	12	9	5		6			
6	4	8	56	2			7		9
7	1				6				
8		6	7			1	4	8	
9			2	7					

PREBROJAVANJE PAROM BROJEVA U RETKU

Promotrimo peti redak. U njemu smo u prethodnom primjeru dobili da se na poljima (a, 5) i (b, 5) nalaze brojevi 1 i 2. Isto tako eliminacijom brojeva 4 i 8 po stupcu h u regiji šest dobivamo da se na poljima (g, 5) i (i, 5) nalaze brojevi 4 i 8.

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1		4	1			9	3		
2					5			4	6
3				3					
4		7	3				2		1
5	12	12		5		6	48		48
6	4	8		2			7		9
7	1				6				
8		6	7			1	4	8	
9			2	7					

U preostalim poljima nedostaju brojevi 3, 7 i 9, koje sada možemo lako upisati.



	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1		4	1			9	3		
2					5			4	6
3				3					
4		7	3				2		1
5	12	12	9	5	7	6	48	3	48
6	4	8		2			7		9
7	1				6				
8		6	7			1	4	8	
9			2	7					

METODA ČETIRIJU KUTOVA (engl. X-WING)

Ova metoda koristi se pri rješavanju malo složenijih zadataka i spada u naprednije tehnike rješavanja. Za početak upišimo gdje sve može biti broj 5 po regijama.

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	5	4	1			9	3	5	5
2					5			4	6
3	5	5	5	3			5	5	5
4	5	7	3				2	5	1
5				5		6			
6	4	8	5	2			7	5	9
7	1	5	5		6	5	5	5	5
8	5	6	7			1	4	8	5
9	5	5	2	7		5	5	5	5

Obratimo pozornost na retke 1 i 8. Vidimo da se broj 5 u prvom retku može naći **samo** u poljima stupca **a** i stupca **i**, isto se tako u osmom retku nalazi **samo** u poljima stupca **a** i stupca **i**.

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	5	4	1			9	3		5
2					5			4	6
3	5	5	5	3			5		5
4	5	7	3				2	5	1
5				5		6			
6	4	8	5	2			7	5	9
7	1	5	5		6	5	5		5
8	5	6	7			1	4	8	5
9	5	5	2	7		5	5		5

Sada ćemo eliminirati polja koja su bila prikriivena. S obzirom na to da broj 5 mora biti u jednom od polja (h, 4) i (h, 6), prekržit ćemo preostale petice u stupcu h.

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	5	4	1			9	3	5	5
2					5			4	6
3	5	5	5	3			5	5	5
4	5	7	3				2	5	1
5				5		6			
6	4	8	5	2			7	5	9
7	1	5	5		6	5	5	5	5
8	5	6	7			1	4	8	5
9	5	5	2	7		5	5	5	5

U ovoj situaciji u kojoj broj 5 može biti u jednim dvama poljima **jednog retka** (a, 1) i (i, 1), a nalaze se u istom **stupcu** u **novom retku** (a, 8) i (i, 8), vrijedi pravilo po kojem možemo eliminirati sve ostale brojke 5 u pripadajućem stupcu (stupac a i stupac i).

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	5	4	1			9	3		5
2					5			4	6
3	5	5	5	3			5		5
4	5	7	3				2	5	1
5				5		6			
6	4	8	5	2			7	5	9
7	1	5	5		6	5	5		5
8	5	6	7			1	4	8	5
9	5	5	2	7		5	5		5

9		7			3		5	
	1	6	8			3		4
2			9	5		8		
	9	2	5		6		4	8
	7						2	
3	5		2		4	9	1	
		5		4	9			1
4		1			5	2	7	
	3		6			4		5

1

	3		1	5				7
4	2				3	1		
		1		9		3	4	
9		2	6					1
		8		3		6		
3					2	9		8
	8	7		6		4		
		6	9				1	3
2				8	1		7	

2

	4		1			6		
8				6	3	2	7	5
		6	5	8				
	7	5			6		9	2
				4				
4	8		2			7	6	
				7	4	3		
6	3	8	9	5				7
		4					2	

3

		8				6	4	9
	2		3		9	8		
9		6		8				3
	4	7		5			3	
	8	3		9			2	4
6			2			7		8
		2	6	3				5
4				2			6	
3			5	1	7			2

4

	2	7			4	1		3
		9		1		4		5
		1	9				6	
6		8		7				4
9				8		3	1	
	1		4	3		8	7	
1		2		9	5			
4		6	7		1	5		
			6					

5

4							9	3
		9	3	2	4	5		
	1	6		5			2	
	4	3		9				6
8			5		1	9	4	
	2	1			7			5
		5			9	6		8
	9		1	7		2		
2		4		8			1	

6



	4		2	8			5	
3			5			7	8	
			7		9	6		2
			6	2				1
	9	5				2	3	
6				9	1			
7		6	9		3			
	8	9			7			4
	3			6	2		1	

7

				4	8	6		9
3	6				2	5		
				5			3	
		7	4		3	2		6
		6				1		
4		9	8		1	3		
	4			3				
		3	5				1	2
2		5	1	8				

8

1		8	4	5				9
	5				9	3	6	
		9		2			4	
2		6		4	7		8	3
	8	4				5	1	
5	9		6	8		4		2
	2			1		6		
	6	1	7				5	
9				6	8	1		7

9

1			2	6				4
	6				9	1		
	9	4		3			7	
		5	6			2	1	8
4	2		8	1	5		9	7
8	1	6			2	4		
	4			2		5	8	
		2	1				4	
5				9	4			2

10

4		6			2			1
	5			1			7	
1			9	7		2		
	1			2			6	
5		4			1			7
	9			4	3		8	
8			1	5		6		
	6			9		4	1	
9		1	3		8			2

11

				2				
7	2		5				6	
6		1	8	7			4	
2		3	4			6		
		6				7		
		4			9	1		3
	6			1	5	8		7
	1				8		5	2
				4				

12

	7	2	6					
	5	6			7		2	9
		1		4				
			7	2			3	
		7		6		9		
	6			8	9			
				5		6		
5	3		8			7	4	
					4	3	1	

13

5		8			2	3		1
			6				5	7
6					9	2		
8	2			6				
	1		9		7		3	
				8			1	5
		1	4					8
9	5				3			
2		4	1			5		3

14

9			4					2
	4	1		7	2			
5								6
		7	3	6		2		
	1	5	9		7	6	8	
		2		8	1	4		
1								4
			6	1		9	2	
2					8			5

15

	3	6				8		2
	7			8				
2				4	1			
4			5	1			9	6
	9		8		6		1	
6	1			9	4			8
			3	6				1
				7			8	
8		5				6	7	

16

1			9		5			3
	5			4			1	
		7		2		6		
5	1		4		2		9	6
	7	9		3		5	4	
			8		9			
		2		9		8		
	4			1			6	
9			3		7			4

17

2				1				3
	8		3		2		9	
		5				4		
	7		9		8		6	
9				2				8
	1		6		7		2	
		4				3		
	2		5		6		4	
1				7				9

18

7		8				6		2
	4				6			
				7				1
	9	5	7			3		
	3			1			2	
		2			5	8	1	
6				2				
			8				9	
2		4				5		3

19

		6		9			8	7
9			4					
			7		2			4
	9	4		2			1	
2			5		1			9
	1			7		6	4	
1			2		6			
					7			5
8	7			5		9		

20

			7	4		3	1	
					2			
			6	5	8			9
3				2			9	7
5								2
8	4			7				6
6			4	1	7			
			2					
	7	1		6	3			

21

4		1						
				9				8
	2	8			6		7	
				7		9		6
7	1						8	2
5		4		2				
	6		3			5	1	
2				6				
						2		9

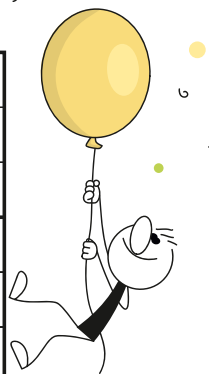
22

	3		4	1			5	
5			6			1	7	
				8				4
	2	6			8	7	3	
7				2				9
	9	1	7			8	2	
1				9				
	7	2			4			3
	4			7	2		1	

23

	8				5			
	4		6				7	8
6		1		2				
		8		6	4			
	6		8		2		1	
			9	1		4		
				3		7		1
7	3				1		6	
			2				9	

24



Klasični dijagonalni sudoku

