

Ružica Soldo, Ivan Benić, Melita Crnković,
Ana Borbaš Bajvić, Tea Borković

matematika

u struci

Funkcije · Analitička geometrija

Udžbenik iz matematike za trogodišnje strukovne škole



2026.



Nakladnik

ALFA d. d. Zagreb
Nova Ves 23a

Za nakladnika

Ivan Petric

Direktorica nakladništva

mr. sc. Daniela Novoselić

Urednica za Matematiku i Fiziku

Tea Borković

Recenzija

dr. sc. Ana Grbac

dr.sc. Tanja Vojković

Ivana Lovrenčić

Marijana Zarožinski

Lektura i korektura

Kristina Ferencina

Likovno i grafičko oblikovanje

Edita Keškić

Ivan Herceg

Fotografija

Adobe Stock

Digitalno izdanje

Alfa d. d.

Mozaik Education Ltd.

Tehnička priprema

Alfa d. d.

Tisak

Tiskara Zrinski d. d.

Proizvedeno u Republici Hrvatskoj, EU

CIP-zapis dostupan je u računalnome katalogu Nacionalne i sveučilišne knjižnice u Zagrebu pod brojem

OPSEG PAPIRNATOG IZDANJA	MASA PAPIRNATOG IZDANJA	KNJIŽNI FORMAT
308 str.	601 g	265 mm (v) x 210 mm (š)

Digitalno izdanje dostupno je na internetskoj adresi **hr.mozaweb.com** ili putem aplikacije **mozaBook** za pametne uređaje s operativnim sustavima Android i iOS.

©Alfa

Ova knjiga, ni bilo koji njezin dio, ne smije se umnožavati ni na bilo koji način reproducirati bez nakladnikova pismenog dopuštenja.

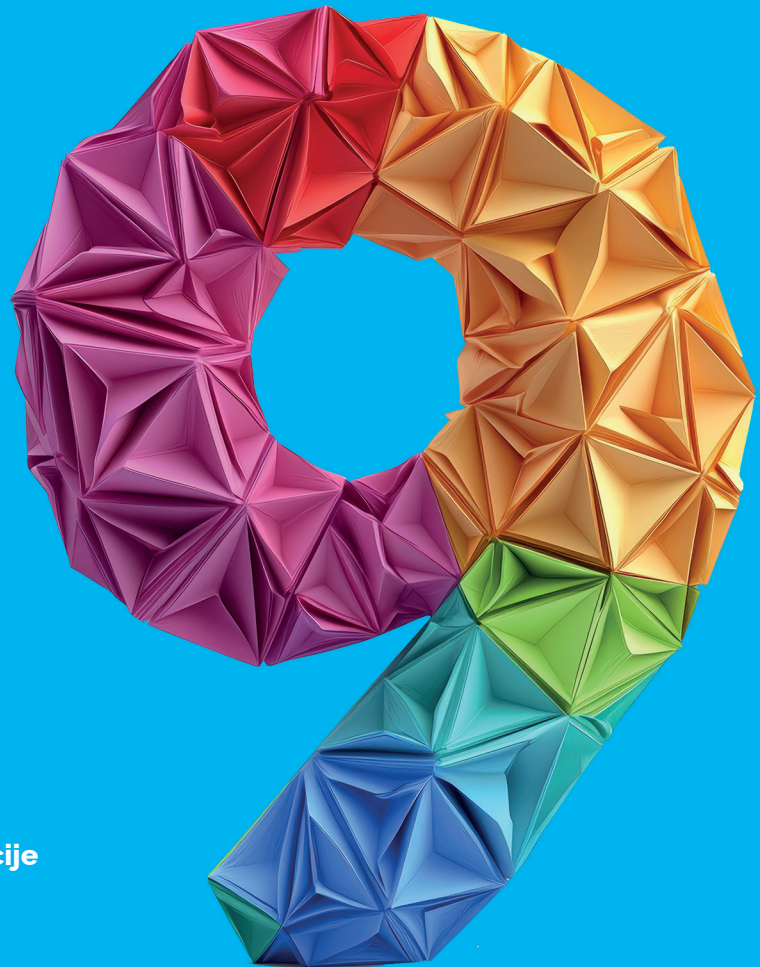
Mozaik Education Ltd. zadržava intelektualno vlasništvo i sva autorska prava za komercijalne nazive *mozaBook*, *mozaWeb*, digitalne proizvode, sadržaje i usluge proizvedene neovisno o nakladniku Alfa d. d.

SADRŽAJ

9. LINEARNA FUNKCIJA	6
9.1. Linearna funkcija	8
9.2. Graf linearne funkcije	15
9.3. Primjena linearne funkcije	25
10. KVADRATNA FUNKCIJA	46
10.1. Kvadratna funkcija i njezin graf	48
10.2. Nultočke i tjeme kvadratne funkcije	61
10.3. Primjena kvadratne funkcije	69
11. EKSPONENCIJALNA I LOGARITAMSKA FUNKCIJA	80
11.1. Eksponencijalna funkcija i njezin graf	82
11.2. Logaritamska funkcija i njezin graf	88
11.3. Eksponencijalne i logaritamske jednadžbe	96
11.4. Primjena eksponencijalne i logaritamske funkcije ..	101
12. TRIGONOMETRIJSKE FUNKCIJE	116
12.1. Definicija trigonometrijskih funkcija sinus i kosinus	118
12.2. Graf funkcije sinus	129
12.3. Trigonometrijske jednadžbe	144
12.4. Primjena trigonometrijskih funkcija	149
13. NIZOVI	162
13.1. Pojam niza	164
13.2. Aritmetički niz	169
13.3. Geometrijski niz	179
13.4. Kamatni račun	187
14. KOORDINATNI SUSTAV I VEKTORI	200
14.1. Uređeni par	202
14.2. Pravokutni koordinatni sustav u ravnini	205
14.3. Duljina dužine	209
14.4. Polovište dužine	213
14.5. Vektori i računanje s vektorima	216
14.6. Prikaz vektora u koordinatnom sustavu	228

15. PRAVAC I KRUŽNICA.....	240
15.1. Pravec.....	242
15.2. Kružnica.....	255
RJEŠENJA	272
KAZALO POJMOVA.....	306

9. LINEARNA FUNKCIJA



- 9.1. Linearna funkcija
- 9.2. Graf linearne funkcije
- 9.3. Primjena linearne funkcije

Skup ishoda učenja

Linearna funkcija, 1 CSVET

✓ Moći ćeš:

- izračunati vrijednost linearne funkcije te nacrtati graf uz pomoć tablice vrijednosti
 - odrediti s grafa linearne funkcije pad ili rast funkcije, nultočku, vrijednost funkcije za zadani argument i obratno
 - analitički izraziti zavisnost veličina prikazanih grafički.
-

9.1. LINEARNA FUNKCIJA

PRISJETI SE!

Anita i Branka igraju „Pogodi šifru”. Na zadan Anitin broj x Branka generira šifru y prema određenom pravilu.

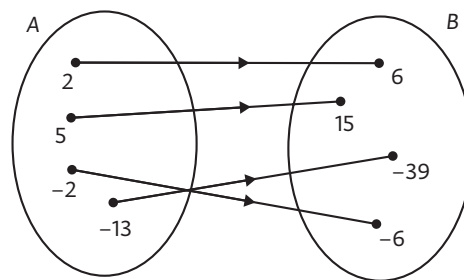
ulazni podatak (x)	2	5	-2	-13
izlazni podatak (y)	6	15	-6	-39

1. Kojom formulom Branka šifrira brojeve?

a) $y = 2x$ b) $y = 3x$ c) $y = -2x$ d) $y = -3x$

2. Koji je broj Anita zadala ako je Branka generirala šifru 45?

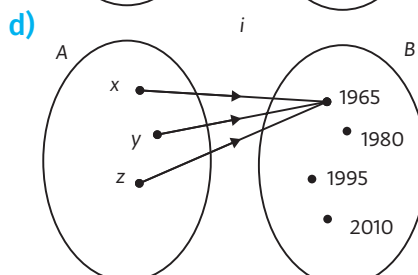
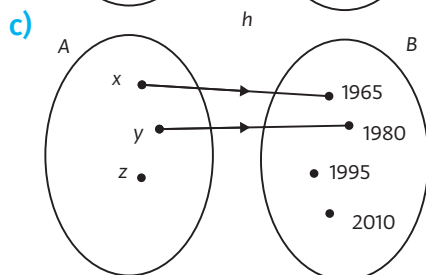
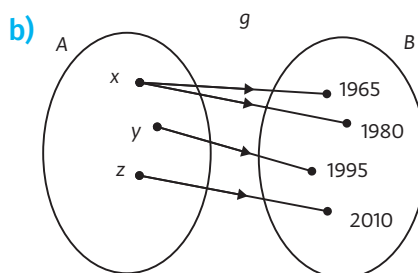
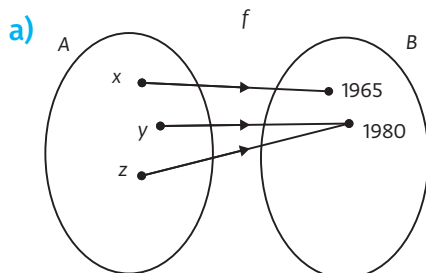
Prikažimo spomenutu igru pomoću dijagrama preslikavanja. Skup brojeva koje je zamislila Anita označimo A , a skup brojeva koje je zamislila Branka B . Tako smo definirali pridruživanje koje svakom elementu skupa A pridružuje točno jedan element skupa B . Takvo se pridruživanje u matematici naziva **funkcija**.



UPAMTI! Funkcija ili preslikavanje sa skupa A u skup B jest pravilo koje svakom elementu skupa A pridružuje točno jedan element skupa B . Skup A naziva se domena ili područje definicije funkcije, a skup B kodomena ili područje vrijednosti funkcije f . Pišemo $f : A \rightarrow B$.

PRIMJER 1.

Provjerimo jesu li preslikavanja prikazana na sljedećim dijagramima preslikavanja funkcije.



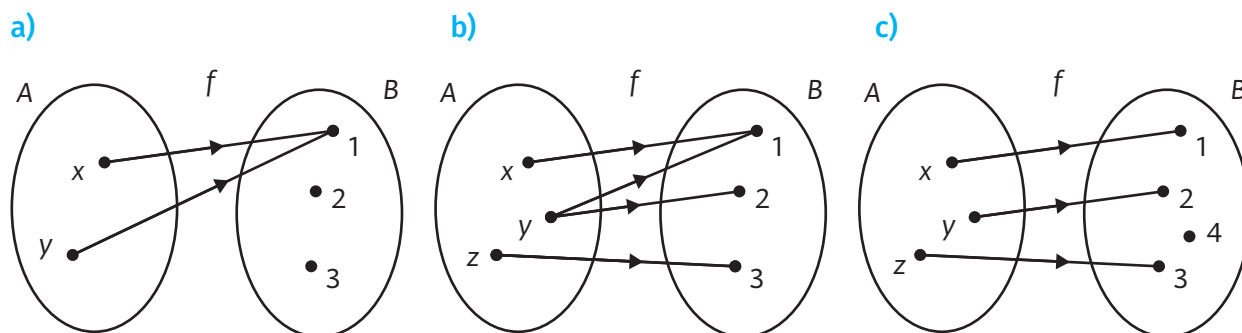
✓ Rješenje

- a) Preslikavanje je funkcija jer je svakom elementu skupa A pridružen točno jedan element skupa B .
- b) Preslikavanje nije funkcija jer su elementu X iz skupa A pridružena dva elementa skupa B .
- c) Preslikavanje nije funkcija jer elementu Z iz skupa A nije pridružen ni jedan element skupa B .
- d) Preslikavanje je funkcija jer je svakom elementu skupa A pridružen točno jedan element skupa B .

ZADATAK 1. Pomoću dijagrama preslikavanja prikaži primjer preslikavanja koje je funkcija i primjer preslikavanja koje nije funkcija. Obrazloži svoje razmišljanje.

ZADATAK 2. U autobusu se nalazi 49 mjesta za putnike. Na izlet želi ići 24 učenika 1.a razreda i 25 učenika 1.b razreda zajedno sa svojim razrednicima. Želimo li svakom sjedalu u autobusu pridružiti jednog putnika, jesmo li tako definirali funkciju?

ZADATAK 3. Je li preslikavanje prikazano dijagramom funkcija?



PRIMJER 2.

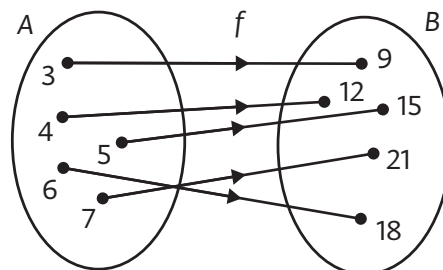
Funkcija f zadana je tablicom. Odredimo njezinu domenu, kodomenu i prikažimo je pomoću dijagrama preslikavanja. Iskažimo pravilo pridruživanja riječima i formulom.

x	3	4	5	6	7
$f(x)$	9	12	15	18	21

✓ Rješenje

Domena funkcije je skup $A = \{3, 4, 5, 6, 7\}$. Kodomena funkcije je skup $B = \{9, 12, 15, 18, 21\}$.

Uočimo da ova funkcija svakom broju x pridružuje njegovu trostruku vrijednost, stoga bi formula glasila $f(x) = 3x$.



ZADATAK 4. Funkcija f zadana je tablicom. Prikaži funkciju pomoću dijagrama preslikavanja te iskaži pravilo pridruživanja riječima i formulom.

a)

x	2	3	4	5
$f(x)$	8	12	16	20

c)

x	10	15	20	25
$f(x)$	21	31	41	51

b)

x	6	4	2	0
$f(x)$	3	2	1	0

d)

x	14	10	6	2
$f(x)$	5	3	1	-1

PRIMJER 3.

Za funkciju f napišimo tablicu s četirima vrijednostima te iskažimo pravilo pridruživanja riječima.

a) $f(x) = x + 4$ b) $f(x) = 2x^2 - 3$

✓ Rješenje

a) Odaberimo za x proizvoljna četiri broja te izračunajmo vrijednost funkcije f .

$$x = 1, f(1) = 1 + 4 = 5$$

$$x = 2, f(2) = 2 + 4 = 6$$

$$x = 3, f(3) = 3 + 4 = 7$$

$$x = 4, f(4) = 4 + 4 = 8$$

x	1	2	3	4
$f(x)$	5	6	7	8

Uočimo da funkcija f svakom broju x pridružuje njegovu vrijednost uvećanu za 4.

b) Ponovno odaberimo za x proizvoljna četiri broja te izračunajmo vrijednost funkcije f .

$$x = 1, f(1) = 2 \cdot 1^2 - 3 = -1$$

$$x = 2, f(2) = 2 \cdot 2^2 - 3 = 5$$

$$x = 3, f(3) = 2 \cdot 3^2 - 3 = 15$$

$$x = 4, f(4) = 2 \cdot 4^2 - 3 = 29$$

x	1	2	3	4
$f(x)$	-1	5	15	29

Funkcija f svakom broju x pridružuje dvostruku vrijednost njegova kvadrata umanjenu za 3.

ZADATAK 5. Za funkciju f napiši tablicu s četirima vrijednostima te iskaži pravilo pridruživanja riječima.

a) $f(x) = x - 4$ b) $f(x) = 3x - 2$ c) $f(x) = -2x + 2$

d) $f(x) = x^2 + 6$ e) $f(x) = 3x^2 - 5$ f) $f(x) = 2x^3 - 4$

ZADATAK 6. Napiši formulu za funkciju f koja svakom broju x pridružuje:

- a) dvostruko manji broj
- b) dvostruko veći broj umanjen za 1
- c) trostruko veći broj umanjen za 10
- d) kvadrat broja umanjen za 3
- e) kub broja uvećan za 9
- f) trostruki kvadrat broja umanjen za njegov kub.

PRIMJER 4.

Dino, Tomislav i Patrik, na povratku iz noćnog izlaska, odlučili su pozvati taksi koji svoje usluge naplaćuje na sljedeći način: start vožnje iznosi 3 €, a za svaki prijeđeni kilometar vožnja se naplaćuje 1 €. Dino ima 5 kilometara do odredišta, Patrik 9 kilometara, a Tomislav 11 kilometara.



- a) Prikažimo ovisnost cijene taksi-usluge koju je Dino platio o prijeđenim kilometrima.
- b) Odredimo koliku je cijenu platio Tomislav, a koliku Patrik.
- c) Zapišimo formulom ovisnost cijene usluge o prijeđenim kilometrima.

✓ **Rješenje**

a) Označimo x prijeđene kilometre, a cijenu usluge c . Podatke možemo prikazati tablično:

prijeđeni kilometri (x)	0	1	2	3	4	5	6
cijena usluge (c)	3	4	5	6	7	8	9

b) Cijena koju je platio Tomislav iznosi $c = 1 \cdot 11 + 3 = 14$ €. Cijena koju je platio Patrik iznosi $c = 1 \cdot 9 + 3 = 12$ €.

c) Možemo zamisliti postupak kojim bismo računali iznos cijene za bilo koju udaljenost. Ako x označimo prijeđene kilometre, a c cijenu usluge, ovisnost cijene usluge o prijeđenim kilometrima možemo zapisati $c(x) = x + 3$.

Time smo zapravo definirali jednu funkciju koja svakom prijeđenom kilometru x pridružuje točno jedan iznos računa $c(x)$. S obzirom na prirodu zadatka, uočimo da za kilometre x možemo uzimati brojeve koji su veći ili jednaki 0, a iznos računa $c(x)$ jest broj veći ili jednak 3.

Definiranu funkciju možemo matematički zapisati $c(x) = x + 3$.

UPAMTI! Funkciju zadanu pravilom $f(x) = ax + b$, gdje su a i b realni brojevi, $a \neq 0$, nazivamo linearna funkcija. Broj x nazivamo argument ili varijabla funkcije, a broj $f(x)$ je vrijednost funkcije. Broj a nazivamo linearni koeficijent, a b slobodni koeficijent.

PRIMJER 5.

Zadana je linearna funkcija $f(x) = \frac{1}{2}x + 2$. Odredimo vrijednosti zadane funkcije:

- a) za $x = 0$ b) za $x = -4$ c) za $x = 3$.

✓ Rješenje

a) $f(0) = \frac{1}{2} \cdot 0 + 2 = 2$. Dakle, vrijednost zadane funkcije za $x = 0$ iznosi 2, što matematički zapisujemo $f(0) = 2$.

b) $f(-4) = \frac{1}{2} \cdot (-4) + 2 = -2 + 2 = 0$. Dakle, $f(-4) = 0$.

c) $f(3) = \frac{1}{2} \cdot 3 + 2 = \frac{3}{2} + 2 = \frac{7}{2}$. Dakle, $f(3) = \frac{7}{2}$.

ZADATAK 7. Zadana je linearna funkcija $f(x) = \frac{2}{3}x - 1$. Odredi vrijednost zadane funkcije:

- a) za $x = 0$ b) za $x = 6$ c) za $x = -3$ d) za $x = \frac{3}{2}$.

ZADATAK 8. Zadana je linearna funkcija $f(x) = -\frac{3}{4}x + 2$. Odredi vrijednost zadane funkcije:

- a) za $x = 4$ b) za $x = \frac{4}{3}$ c) za $x = -8$ d) za $x = \frac{2}{3}$.

ZADATAK 9. Zadana je linearna funkcija $f(x) = -\frac{4}{3}x$. Poredaj po veličini brojeve $f(-3)$, $f(0)$, $f(-4)$, $f(6)$.

ZADATAK 10. Zadana je linearna funkcija $g(x) = \frac{5}{4}x + \frac{1}{2}$. Poredaj po veličini brojeve $g(16)$, $g(-16)$, $g(2)$, $g(-2)$, $g\left(\frac{15}{2}\right)$.

PRIMJER 6.

Zadana je linearna funkcija $f(x) = 3x - 4$. Odredimo argument x za koji je $f(x) = 8$.

✓ Rješenje

U ovom primjeru zadana je vrijednost funkcije i ona iznosi 8, a nepoznat je argument funkcije x . Prema tekstu zadatka vrijedi:

$$3x - 4 = 8$$

$$3x = 8 + 4$$

$$3x = 12 \quad / :3$$

$$x = 4$$

Za argument $x = 4$ vrijednost zadane funkcije f iznosi 8.

ZADATAK 11. Zadana je linearna funkcija $f(x) = 4x - 3$. Odredi argument x za koji je:

- a) $f(x) = 5$ b) $f(x) = -3$ c) $f(x) = 0$ d) $f(x) = 7$.

ZADATAK 12. Zadana je linearna funkcija $f(x) = \frac{1}{3}x - 2$. Odredi argument x za koji je:

- a) $f(x) = 3$ b) $f(x) = 0$ c) $f(x) = \frac{2}{3}$ d) $f(x) = \frac{1}{2}$.

ZADATAK 13. Zadana je linearna funkcija $f(x) = ax + 3$. Odredi vrijednost koeficijenta a ako vrijedi:

- a) $f(2) = 1$ b) $f(5) = -2$ c) $f(-1) = 6$ d) $f\left(\frac{1}{2}\right) = 4$.

ZADATAK 14. Zadana je linearna funkcija $f(x) = \frac{2}{3}x + b$. Odredi vrijednost koeficijenta b ako vrijedi:

- a) $f(3) = 5$ b) $f(-6) = -2$ c) $f(0) = 3$ d) $f\left(\frac{4}{3}\right) = 1$.

PRIMJER 7.

Odredimo linearnu funkciju $f(x) = ax + b$ za koju vrijedi $f(2) = 4$ i $f(4) = 10$.

✓ Rješenje

Iz činjenice da je za $x = 2$ vrijednost funkcije $f(2) = 4$ slijedi $4 = 2a + b$.

Iz činjenice da je za $x = 4$ vrijednost funkcije $f(4) = 10$ slijedi $10 = 4a + b$.

Kako bismo odredili koeficijente linearne funkcije, potrebno je riješiti sustav $\begin{cases} 2a + b = 4 \\ 4a + b = 10 \end{cases}$

Riješimo sustav metodom suprotnih koeficijenata:

$$2a + b = 4 \quad / \cdot (-1)$$

$$4a + b = 10$$

$$-2a - b = -4$$

$$4a + b = 10$$

$$2a = 6$$

$$a = 3$$

Uvrštavanjem $a = 3$ u prvu jednadžbu dobivamo $b = -2$,
pa je tražena linearna funkcija $f(x) = 3x - 2$.

ZADATAK 15. Odredi funkciju $f(x) = ax + b$ ako vrijedi:

- a) $f(0) = 3$ i $f(-1) = 5$ b) $f(2) = 6$ i $f(-10) = 0$
c) $f(4) = \frac{9}{2}$ i $f(3) = 3$ d) $f(-1) = -1$ i $f(-2) = 3$.

ZANIMLJIVOST!

Tijekom povijesti koristile su se različite temperaturne ljestvice. Danas se u većini zemalja u svakodnevnom životu primjenjuje ljestvica u Celzijevim stupnjevima (znak °C) ili, u znanstvene svrhe, ljestvica u kelvinima (znak K). Međutim, u SAD-u je u službenoj upotrebi i Fahrenheitova temperaturna ljestvica (znak °F) koju je u 18. stoljeću opisao njemački fizičar i izumitelj Daniel Gabriel Fahrenheit. Američki pisac Ray Bradbury iskoristio je ljestvicu za naslov svog romana *Fahrenheit 451*, a odnosi se na temperaturu pri kojoj papir gori. Veza Fahrenheitove i Celzijeve ljestvice linearna je i dana je formulom

$$C(t) = \frac{5}{9}(t - 32),$$

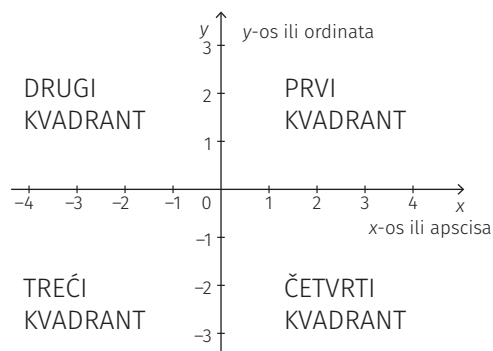
gdje je t temperatura u °F, a $C(t)$ temperatura u °C.



9.2. GRAF LINEARNE FUNKCIJE

PRISJETI SE!

Pravokutni koordinatni sustav u ravnini čine dva okomita brojeva pravca (koordinatne osi) koji se sijeku u ishodištu koordinatnog sustava. Svakoj točki T ravnine pridružen je samo jedan par realnih brojeva (x, y) . Broj x zove se apscisa točke T , a broj y ordinata točke T . Koordinatne osi dijele ravninu na četiri područja koja nazivamo kvadrantima.



1. U pravokutnom koordinatnom sustavu ucrtajte točke s koordinatama $M(-2, -3)$, $A(3, -2)$, $T(2, 1)$, $O(-2, 2)$.
2. Kojem kvadrantu pripada pojedina točka?

Tea je odlučila štedjeti za izlet u Gardaland tako da svaki mjesec štedi iznos od 25 €. Izlet u Gardaland s uključenom ulaznicom i jednim noćenjem stoji 225 €. Prikažimo tijek Teine štednje tablično i grafički.

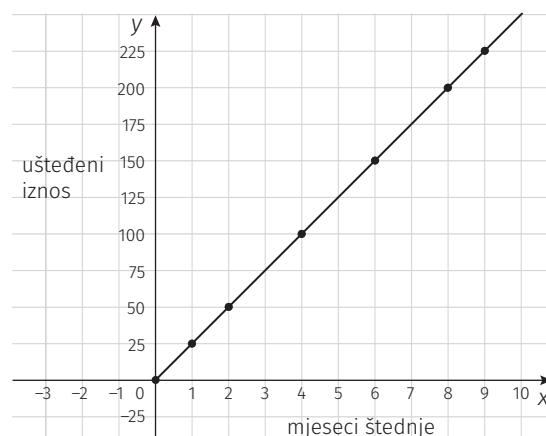
Označimo x broj mjeseci štednje, a $f(x)$ ukupan je iznos koji je Tea uštedjela nakon x mjeseci. Na taj je način definirana funkcija $f: [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ zadana pravilom $f(x) = 25x$.

x	0	1	2	4	6	8	9
$f(x)$	0	25	50	100	150	200	225

Prikažimo u koordinatnom sustavu tijek Teine štednje ucrtavanjem točke $(x, f(x))$.

Budući da mjeseci ne mogu biti negativni, graf koji opisuje Teinu štednju jest polupravac s početnom točkom u ishodištu koordinatnog sustava.

UPAMTI! Graf funkcije $f: D \rightarrow K$ jest skup točaka $(x, f(x))$, za svaki x iz domene. Matematičkim simbolima taj skup točaka zapisujemo $\Gamma_f = \{(x, f(x)) : x \in D\}$.



ZADATAK 1. Gabrijela vozi bicikl konstantnom brzinom od 12 km/h. Dionica koju danas želi prijeći duga je 60 kilometara.

a) Tablicom prikaži put koji je Gabrijela prešla u ovisnosti o vremenu.

vrijeme (u satima)	1	2	3	4	5
put (u kilometrima)					

b) Grafički prikaži put koji je Gabrijela prešla u ovisnosti o vremenu.

ZADATAK 2. Automobil se giba brzinom od 45 km/h. Pretpostavimo da je riječ o jednolikom pravocrtnom gibanju.

a) Tablicom prikaži put koji je automobil prešao u ovisnosti o vremenu.

vrijeme (u satima)	1	2	3	4	5
put (u kilometrima)					

b) Grafički prikaži put koji je automobil prešao, ovisno o vremenu.

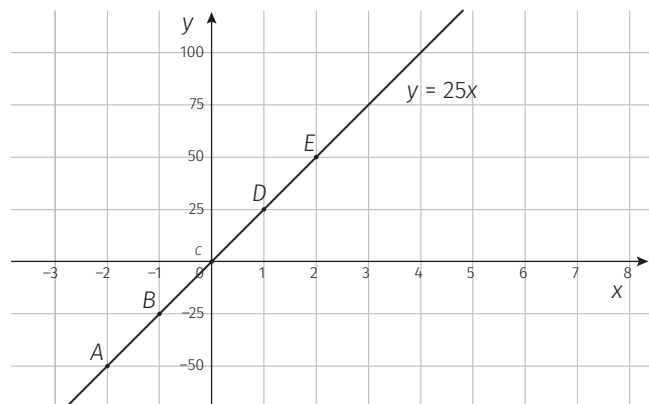
c) Napiši funkciju ovisnosti puta o vremenu.

PRIMJER 1.

Promotrimo što bi se dogodilo s grafom koji prikazuje Teinu štednju ako bismo dopustili negativne vrijednosti za x , odnosno grafički prikažimo funkciju $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zadanu pravilom $f(x) = 25x$.

✓ Rješenje

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-50	-25	0	25	50



UPAMTI!

Graf linearne funkcije $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zadane pravilom $f(x) = ax + b$ jest pravac s jednadžbom $y = ax + b$. Broj a zove se koeficijent smjera ili nagib pravca, a broj b zove se odsječak na y -osi.

PRIMJER 2.

Nacrtajmo graf funkcije $f(x) = 2x - 1$.

- a) Odredimo u kojoj točki graf zadane funkcije siječe os y .
- b) Pripadaju li točke $M(3, 2)$ i $N(-1, -3)$ grafu zadane funkcije?

✓ Rješenje

Traženi graf funkcije jest pravac zadan jednačbom $y = 2x - 1$. Za crtanje pravca dovoljno je odrediti dvije točke kojima pravac prolazi.

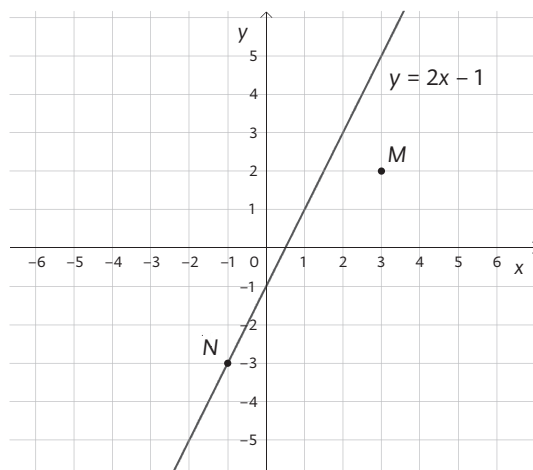
x	0	1
$f(x)$	-1	1

a) Uočimo da je odsječak na y -osi $b = -1$, a i grafički prikaz potvrđuje da graf zadane funkcije siječe y -os u točki $(0, -1)$.

b) S grafa možemo očitati da točka $M(3, 2)$ ne pripada, dok točka $N(-1, -3)$ pripada nacrtanom grafu. Pripadnost točke grafu funkcije možemo provjeriti i računski. Dovoljno je provjeriti dobivamo li uvrštavanjem koordinata točke u funkciju istinitu jednakost.

Da bi točka $M(3, 2)$ pripadala grafu zadane funkcije, moralo bi vrijediti $2 = 2 \cdot 3 - 1$, odnosno $2 = 5$, što nije istina.

Za točku $N(-1, -3)$ vrijedi $-3 = 2 \cdot (-1) - 1$, odnosno $-3 = -3$, što je istina.



UPAMTI!

Graf linearne funkcije $f(x) = ax + b$ siječe y -os u točki $T(0, b)$. Točka $T(x, y)$ pripada grafu ako uvrštavanjem njezinih koordinata u funkciju dobivamo istinitu jednakost.

ZADATAK 3. Pripadaju li točke $A(-2, -1)$, $B(1, 1)$, $C\left(-\frac{1}{2}, 4\right)$, $D\left(4, -\frac{1}{2}\right)$ grafu funkcije $f(x) = -2x + 3$?

ZADATAK 4. Pripadaju li točke $E(-2, -3)$, $F\left(\frac{1}{2}, 1\right)$, $G\left(-\frac{1}{2}, -\frac{9}{4}\right)$, $H(4, 2)$ grafu funkcije $f(x) = \frac{1}{2}x - 2$?

ZADATAK 5. Odredi nepoznate koordinate točkaka $A(x, -1)$ i $B(2, y)$ tako da one pripadaju grafu funkcije $f(x) = 3x - 1$.

ZADATAK 6. Odredi nepoznate koordinate točkaka $M(x, 3)$ i $N(-2, y)$ tako da one pripadaju grafu funkcije $f(x) = -2x - 1$.

ZADATAK 7. Nacrtaj graf linearnih funkcija:

a) $f(x) = 3x + 1$

b) $f(x) = -2x - 1$

c) $f(x) = -x - 3$

d) $g(x) = \frac{3}{2}x + 2$

e) $g(x) = -\frac{3}{4}x + 1$

f) $g(x) = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$.

PRIMJER 3.

Odredimo točke u kojima graf funkcije $f(x) = 2x - 4$ siječe koordinatne osi.

✓ Rješenje

1. način:

Zadatak možemo riješiti grafički, crtanjem grafa funkcije $f(x) = 2x - 4$. S grafa očitamo da su tražene točke $(2, 0)$ i $(0, -4)$.

2. način:

Vrlo često tražene točke neće imati cjelobrojne koordinate, zato će ih biti teško očitati sa slike. Stoga ćemo zadatak riješiti i računski.

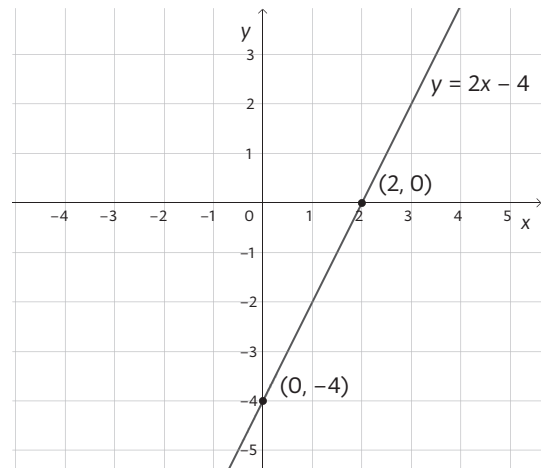
Odsječak na y -osi iznosi -4 pa zaključujemo da graf siječe y -os u točki $(0, -4)$. Budući da se točka u kojoj graf siječe x -os nalazi na x -osi, ordinata te točke iznosi 0 . Dakle, tražimo broj x za koji vrijedi $f(x) = 0$, tj.

$$0 = 2x - 4$$

$$-2x = -4$$

$$x = 2$$

Zaključujemo da graf siječe x -os u točki $(2, 0)$.



UPAMTI!

Broj x_0 za koji vrijedi $f(x_0) = 0$ naziva se nultočka funkcije f . Graf funkcije f siječe x -os u točki $(x_0, 0)$.

ZADATAK 8. Odredi nultočku funkcije.

a) $f(x) = 4x + 3$ b) $f(x) = -\frac{2}{3}x - \frac{1}{6}$ c) $f(x) = -3x - 9$
d) $g(x) = \frac{2}{3}x + 3$ e) $g(x) = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$ f) $g(x) = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$

ZADATAK 9. Odredi sjecište grafa funkcije s koordinatnim osima.

a) $f(x) = 6x + 1$ b) $f(x) = -2x - 3$ c) $f(x) = -4x - 16$
d) $g(x) = \frac{2}{5}x$ e) $g(x) = -\frac{3}{2}x + \frac{1}{3}$ f) $g(x) = \frac{1}{2}x + \frac{2}{3}$

PRIMJER 4.

Zadana je linearna funkcija $f(x) = 3x - 4$. Odredimo:

- a) vrijednosti argumenta x za koje će ova funkcija poprimiti negativne vrijednosti
- b) vrijednosti argumenta x za koje će vrijednosti funkcije biti veće od 8
- c) vrijednosti argumenta x za koje će vrijednosti funkcije biti manje ili jednake -1 .
- d) Za koliko se promijeni vrijednost funkcije ako vrijednost argumenta x naraste od 3 do 8?

✓ **Rješenje**

a) Činjenicu da funkcija treba poprimiti negativne vrijednosti zapisujemo $f(x) < 0$.

Dakle, tražimo argument x za koji vrijedi $f(x) < 0$

$$3x - 4 < 0$$

$$3x < 4 \quad / : 3$$

$$x < \frac{4}{3}$$

b) Tražimo argument x za koji vrijedi

$$f(x) > 8$$

$$3x - 4 > 8$$

$$3x > 12 \quad / : 3$$

$$x > 4$$

c) Tražimo argument x za koji vrijedi $f(x) \leq -1$

$$3x - 4 \leq -1$$

$$3x \leq -1 + 4$$

$$3x \leq 3$$

$$x \leq 1$$

d) Izračunajmo vrijednost funkcije za argument $x = 3$:

$$f(3) = 3 \cdot 3 - 4 = 9 - 4 = 5.$$

Zatim odredimo vrijednost funkcije za argument $x = 8$:

$$f(8) = 3 \cdot 8 - 4 = 24 - 4 = 20.$$

Sada možemo izračunati promjenu funkcije: $\Delta f = 20 - 5 = 15$. Vrijednost funkcije promijeni se za 15.

ZADATAK 10. Zadana je linearna funkcija $f(x) = -2x + 4$.

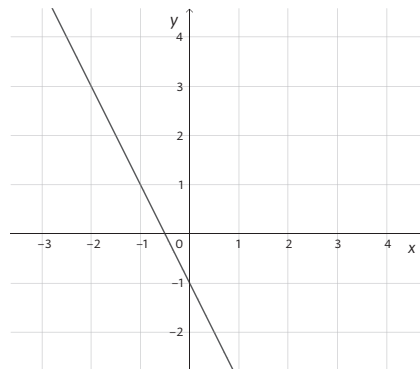
- a) Odredi nultočku funkcije.
- b) Za koje vrijednosti argumenta x ova funkcija poprima negativne vrijednosti?
- c) Za koje će vrijednosti argumenta x vrijednosti funkcije biti veće od 10?
- d) Za koje će vrijednosti argumenta x vrijednosti funkcije biti manje od -4 ?
- e) Za koliko se promijeni vrijednost funkcije ako vrijednost argumenta x naraste od -2 do 2?

ZADATAK 11. Zadana je linearna funkcija $g(x) = 3x - 7$.

- a) Odredi nultočku funkcije.
- b) Za koje vrijednosti argumenta x ova funkcija poprima pozitivne vrijednosti?
- c) Za koje će vrijednosti argumenta x vrijednosti funkcije biti veće od -5 ?
- d) Za koje će vrijednosti argumenta x vrijednosti funkcije biti manje od 14?
- e) Za koliko se promijeni vrijednost funkcije ako se vrijednost argumenta x smanji s -3 na -6 ?

ZADATAK 12. Na slici je prikazan graf linearne funkcije $f(x) = ax + b$. Odredi:

- a) $f(-1)$
- b) točku u kojoj graf siječe y -os
- c) argument x za koji je $f(x) = 3$.



ZADATAK 13. Na slici je prikazan graf linearne funkcije $f(x) = ax + b$. Odredi:

- a) nultočku grafa funkcije
- b) $f(-3)$
- c) $f(0)$
- d) $f(-3) - f(3)$
- e) argument x za koji je $f(x) = 1$.

