

Jakov Labor

FIZIKA 1

**Udžbenik za 1. razred srednjih strukovnih škola
s četverogodišnjim programom fizike**

8. izdanje



Zagreb, 2024.

Nakladnik
ALFA d.d.
Zagreb
Nova Ves 23 a

Za nakladnika
Ivan Petric

Urednik
dr. sc. Dragan Roša

Recenzenti
prof. dr. sc. Ivica Orlić
Tatjana Janeš, prof.

Likovna urednica
Irena Lenard

Ilustracije
„Studio Sieben“

Lektura
Dejana Šćuric

Korektura
Kristina Ferenčina

© ALFA d.d. Zagreb, 2024.

Nijedan dio ove knjige ne smije se umnožavati, fotokopirati ni na bilo koji način reproducirati bez nakladnikova pismenog dopuštenja.

Udžbenik je uvršten u Katalog odobrenih udžbenika rješenjem Ministarstva znanosti, obrazovanja i sporta Republike Hrvatske:

KLASA: UP/I-602-09/14-01/00029

URBROJ: 533-26-14-0002, od 15. svibnja 2014.

CIP zapis dostupan u računalnome katalogu Nacionalne i sveučilišne knjižnice u Zagrebu pod brojem 001212594.

Grafička priprema
Studio za grafički dizajn ALFA

Tisak
Denona

Predgovor	5
-----------------	---

GIBANJE

Pomak i put.....	8
Brzina	11
Akceleracija	14
Jednoliko pravocrtno gibanje	15
Jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje	17
Jednoliko usporeno pravocrtno gibanje	23
Slobodni pad	25
Gibanje složeno od dvaju jednolikih pravocrtnih gibanja	27
Horizontalni hitac	30
Vertikalni hitac	33
Kosi hitac	35
Kružno gibanje	39

SILE I ZAKONI GIBANJA

Drugi Newtonov zakon	46
Prvi Newtonov zakon	50
Treći Newtonov zakon	52
Težina i gustoća tijela	54
Količina gibanja	57
Impuls sile.....	60
Elastična sila, sila napetosti i sila podloge.....	62
Zbrajanje sila istog smjera i suprotnih smjerova	64
Zbrajanje sila koje ne djeluju duž istog pravca	67
Rastavljanje sile na komponente	71
Kosina	74
Sila trenja	78
Centripetalna sila	84

RELATIVNOST GIBANJA I INERCIJSKE SILE

Inercijski i neinercijski sustavi.....	90
----------------------------------------	----

RAD I ENERGIJA

Rad i snaga	96
Kinetička energija	100
Gravitacijska potencijalna energija i elastična potencijalna energija	103
Očuvanje mehaničke energije pri djelovanju težine	107
Očuvanje mehaničke energije sustava	111
Vrste i pretvorbe energije	114
Mehanički učinak i djelotvornost	119

GRAVITACIJA

Opći zakon gravitacije	124
Sateliti i kozmičke brzine	129
<i>Gravitacija u svemiru</i>	133

MEHANIKA FLUIDA

HIDROSTATIKA	140
Tlak	140
Vanjski ili hidraulički tlak	143
Atmosferski tlak.....	146
Uzgon	149
HIDRODINAMIKA	153
Jednadžba kontinuiteta i Bernoullijeva jednadžba.....	153
Posebni slučajevi i primjene Bernoullijeve jednadžbe.....	157
<i>Sile u realnim fluidima</i>	161
<i>Kapilarne pojave</i>	163
Dodatak	165
RJEŠENJA ZADATAKA	167
Kazalo	175

Fizika nastoji rastumačiti prirodne pojave, iznaći zakonitosti njihova zbivanja i izučiti opća svojstva i građu tvari. Pritom fizičari rabe različite metode istraživanja: opažanje, mjerenje, računanje. Do mnogih otkrića fizike došlo se teorijskim putem, do nekih i slučajno. No, sva su ona zahtijevala eksperimentalnu provjeru. S tog je gledišta fizika u osnovi eksperimentalna znanost.

Najstarija je grana fizike **mehanika**. Ona proučava tijela u mirovanju i gibanju. Mehanika opisuje zakone gibanja tijela (**kinematika**) i djelovanje sila (**dinamika**). Najranije spoznaje mehanike bile su temeljene na svakodnevnim iskustvima. Radovima velikih fizičara G. Galileia, I. Newtona i njihovih suvremenika, u 16. i 17. stoljeću otkrivaju se zakoni mehanike i postavljaju temelji klasične fizike. Newton je prvi matematički opisao i jedno prirodno međudjelovanje tijela – njihovo gravitacijsko privlačenje.

Mehanika tekućina naziva se **hidromehanika**. Ona izučava tekućine u mirovanju (**hidrostatika**) i gibanju (**hidrodinamika**). Mehanika je nužna za razumijevanje prirodnih zbivanja. Stoga se i izučavanje fizike započinje upravo mehanikom.

Nastavno gradivo u udžbeniku raščlanjeno je na nastavne jedinice i sažeto izloženo na učenicima pristupačan način. Prošireni i izborni sadržaji tiskani su *kosim slovima*.

Unutar nastavnih jedinica nalaze se i riješeni primjeri te pitanja i zadatci iz izloženoga gradiva. Zamisljeno je da učenicima posluže kao domaća zadaća koju nastavnik pregledava na početku nastavnog sata. Odgovarajući samostalno na ponuđena pitanja, učenici mogu provjeriti koliko su obrađeno gradivo usvojili i razumjeli. Odgovori na pitanja nisu navedeni u udžbeniku, ali su sadržani u tekstu pa time potiču učenike na njegovo pažljivije čitanje. Rjeđa su pitanja koja zahtijevaju malo višu razinu znanja i u tekstu nemaju izravnog odgovora. Imaju li poteškoća s takvim pitanjima, učenici mogu zatražiti pomoć nastavnika.

Na kraju udžbenika nalaze se rješenja zadataka kako bi učenici mogli provjeriti ispravnost vlastitih rješenja.

Autor





GIBANJE

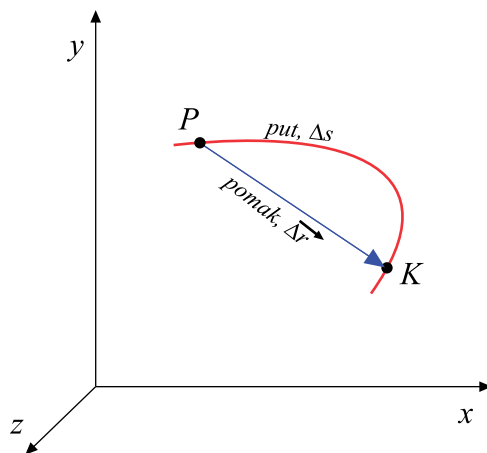
Pomak i put

Kada kažemo da se tijelo giba, onda pod tim smatramo da ono mijenja položaj u odnosu na druga tijela. Pogodno je umjesto „drugih tijela“ odabrati koordinatni sustav. Tada možemo reći da se tijelo giba ako se mijenjaju njegove koordinate. Koordinatni sustav u kojem pratimo i opisujemo gibanje nazivamo **referentnim koordinatnim sustavom**.

Pri opisivanju gibanja tijela njegove dimenzije često možemo zanemariti i zamišljati ga točkom u kojoj je skupljena sva masa tijela. Tako zamišljenu tvorevinu nazivamo **materijalnom točkom**.

Zamislimo tijelo koje se pomaklo iz položaja P u položaj K (slika 1.1.). Vektor usmjeren od početnog položaja prema konačnom, a iznosom jednak udaljenosti tih dvaju položaja, nazivamo **pomak** ($\vec{\Delta r}$). Pri gibanju se iznos pomaka može povećavati ili smanjivati. Povećava se udaljavanjem tijela od svoga početnog položaja, a smanjuje se kada se tijelo približava početnom položaju. **Staza (putanja)** je skup svih točaka kroz koje tijelo prolazi u svom gibanju. Svakoju točki putanje odgovara drugo vrijeme.

Put (Δs) je udaljenost konačnog od početnog položaja tijela mjerena duž staze (putanje) po kojoj se tijelo gibalo. Put je skalarna veličina i tijekom gibanja se uvijek povećava.



Slika 1.1. Pomak i put

Primjer 1:

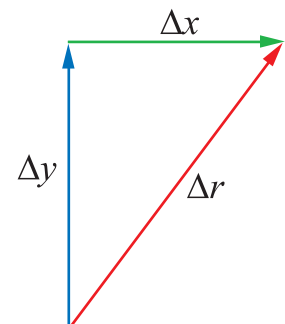
Gibamo se 40 m prema sjeveru, a zatim 30 m prema istoku. Izračunajmo pomak i put.

Rješenje:

$$\begin{aligned}\Delta y &= 40 \text{ m} \\ \Delta x &= 30 \text{ m} \\ \Delta r &= ? \quad \Delta s = ?\end{aligned}$$

$$\Delta r = \sqrt{(\Delta y)^2 + (\Delta x)^2} = \sqrt{(40 \text{ m})^2 + (30 \text{ m})^2}, \quad \Delta r = 50 \text{ m}$$

$$\Delta s = \Delta y + \Delta x = 40 \text{ m} + 30 \text{ m}, \quad \Delta s = 70 \text{ m}.$$



S obzirom na oblik putanje, gibanje može biti **pravocrtno** ili **krivocrtno**. Pri opisivanju pravocrtnoga gibanja koordinatni sustav obično odabiremo tako da se njegova os x poklapa s pravcem gibanja. Pomak tada obilježavamo s Δx . U ovom nam slučaju preostale dvije koordinatne osi nisu potrebne.

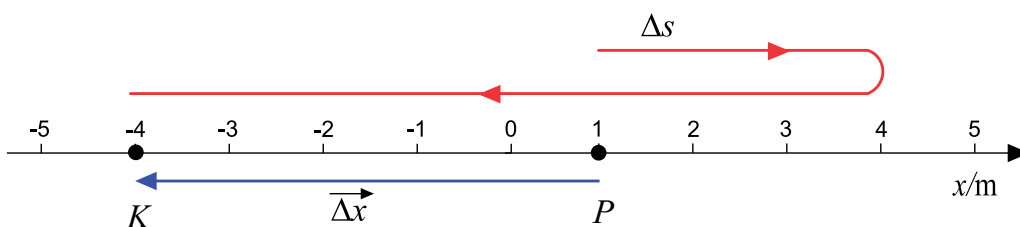
Promotrimo tijelo koje se giba duž osi x (slika 1.2.) tako da se pomakne iz početnog položaja P s koordinatom $x_p = 1$ m najprije u položaj s koordinatom $x = 4$ m, a zatim iz tog položaja u konačni položaj K s koordinatom $x_k = -4$ m. Pomak je:

$$\Delta x = x_k - x_p = -4 \text{ m} - 1 \text{ m} = -5 \text{ m},$$

a put:

$$\Delta s = 3 \text{ m} + 8 \text{ m} = 11 \text{ m}.$$

Kod pravocrtnoga gibanja pomak može imati samo dva međusobno suprotna smjera. Zato ćemo njegovo vektorsko obilježje (usmjerenost) istaknuti samo predznakom, pozitivnim ili negativnim.



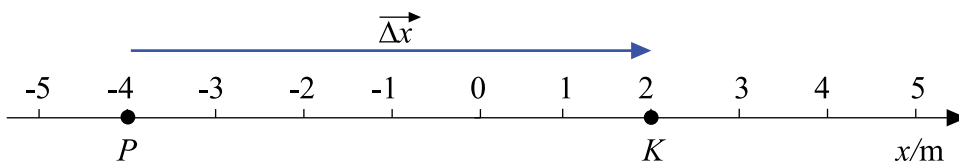
Slika 1.2. Primjer pomaka i puta

Primijetimo da je iznos pomaka jednak prijeđenu putu ($|\Delta x| = \Delta s$) ako se u promatranom vremenskom intervalu smjer pravocrtnoga gibanja ne mijenja. Uzmimo za primjer da se tijelo pomaklo iz početnog položaja P s koordinatom $x_p = -4$ m u konačni položaj K s koordinatom $x_k = 2$ m (slika 1.3.). Iznos je pomaka:

$$|\Delta x| = |2 \text{ m} - (-4 \text{ m})| = |6 \text{ m}| = 6 \text{ m}.$$

Toliki je i prijeđeni put:

$$\Delta s = 6 \text{ m}.$$



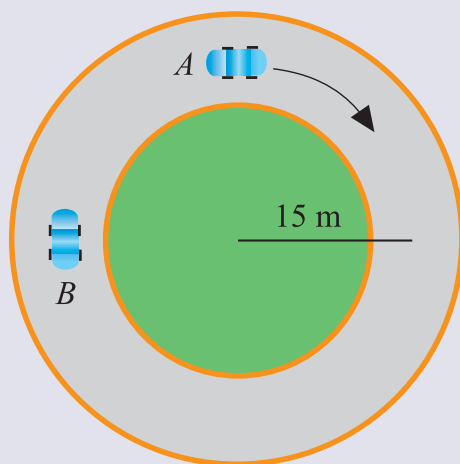
Slika 1.3. Kada se ne mijenja smjer pravocrtnoga gibanja, iznos pomaka jednak je putu.

Pitanja:

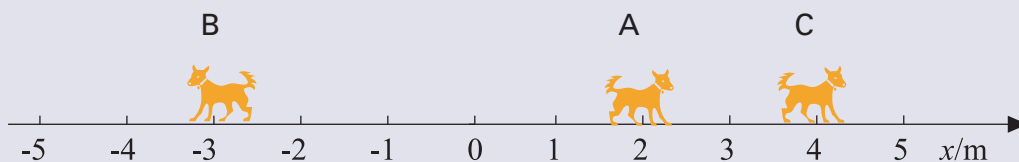
1. Kako zovemo koordinatni sustav u odnosu na koji promatramo gibanje?
2. Što zovemo materijalnom točkom?
3. Što je pomak, a što put?
4. Kada je pri pravocrtnom gibanju iznos pomaka jednak putu?

Zadatci:

1. Na slici su prikazana dva položaja automobila koji se giba po kružnom toku.
 - a) Koliki je put prešao automobil gibajući se iz položaja *A* u položaj *B*?
 - b) Koliki je pomak pritom ostvario?



2. Pas na slici giba se duž pravocrtne staze mijenjajući smjer gibanja.
 - a) Koliki put prijeđe pas kada iz položaja A ode najprije u položaj B, a onda iz B u C?
 - b) Koliki je pomak učinio pas prešavši iz položaja A u položaj C?



Srednja brzina. Promatrajući tijela oko sebe opažamo da se neka od njih gibaju brže, a neka sporije. Na temelju čega zaključujemo da je neko tijelo brže od nekog drugog tijela? Brže tijelo u određenom vremenskom intervalu prijeđe duži put negoli sporije tijelo u jednakom vremenskom intervalu. Raspolažemo li podacima o putovima što su ih tijela prešla i pripadajućim vremenima, možemo i ne promatrajući gibanje tijela saznati koje se tijelo brže gibalo. Treba samo izračunati i usporediti putove što su ih tijela prešla u istom vremenskom intervalu. Koji ćemo vremenski interval upotrijebiti, u načelu je svejedno, ali obično uzimamo jedinični vremenski interval, tj. onaj koji traje jednu sekundu. Kako ćemo dobiti put što ga tijelo prijeđe u jednoj sekundi (jedinici vremena)? Uzmimo da je tijelo prešlo 20 m za 4 s. To znači da je tijelo prosječno svake sekunde prelazilo 5 m. Kažemo prosječno jer tijelo ne mora svake sekunde prelaziti jednake putove. Do tog rezultata dolazimo dijeljenjem prijađenog puta (20 m) pripadajućim vremenom (4 s). Dakle, put što ga tijelo prijeđe u jedinici vremena jednak je kvocijentu prijađenog puta i vremena za koje je taj put prijađen. Što je taj kvocijent veći, tijelo je brže, ima veću brzinu.

Kvocijent prijađenog puta (Δs) i pripadajućeg vremena (Δt) nazivamo **srednjom brzinom po putu** (\bar{v}):

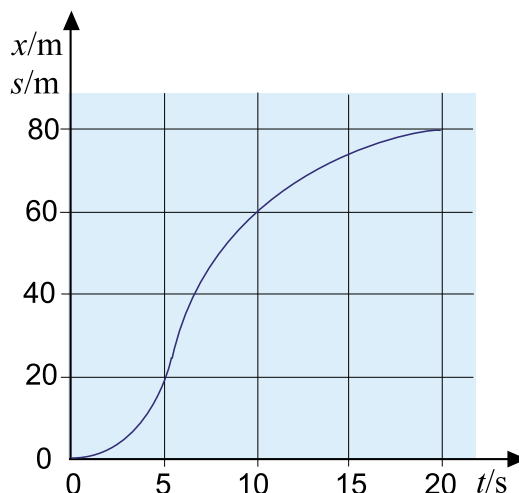
$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Podijelimo li pomak vremenom za koje ga tijelo ostvari, dobit ćemo **srednju brzinu po pomaku**:

$$\vec{v} = \frac{\vec{\Delta x}}{\Delta t}.$$

Srednja brzina po putu skalarna je veličina, dok je srednja brzina po pomaku vektorska veličina koja ima smjer pomaka.

Pri gibanju nepromjenjiva smjera iznosi srednjih brzina po putu i pomaku jednaki su jer se tada iznosi pomaka i puta tijekom vremena mijenjaju na isti način (slika 1.4.). U tom slučaju, kad govorimo o srednjoj brzini, nije potrebno isticati „po putu” i „po pomaku”. Dovoljno je reći „srednja brzina”.



Slika 1.4. Pri gibanju nepromjenjiva smjera, iznosi pomaka i puta tijekom vremena se mijenjaju na isti način.

Trenutačna brzina (brzina). Vremenski interval u kojem promatramo gibanje možemo razdijeliti na kraće vremenske intervale i naći srednje brzine u svakom od njih. Ako u opisu gibanja navedemo srednje brzine u tim kraćim vremenskim intervalima, takav opis više govori o gibanju nego onaj u kojemu poznajemo samo srednju brzinu u ukupnom vremenu gibanja. Opis gibanja je bolji što su vremenski intervali s poznatim srednjim brzinama kraći. Srednja brzina u jako malom vremenskom intervalu zapravo je **trenutačna brzina**. Uobičajeno je trenutačnu brzinu zvati samo brzina (v).

Brzina je kvocijent pomaka ostvarenog u jako malom vremenskom intervalu i tog vremenskog intervala.

Ovako definirana brzina ima jednak iznos po putu i po pomaku jer je iznos pomaka u jako malom vremenskom intervalu jednak putu.

Jedinica za brzinu je metar u sekundi, što zapisujemo kao $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ ili m s^{-1} . U svakodnevnom životu brzinu iskazujemo i kilometrima na sat: $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ ili km h^{-1} . Pri rješavanju zadataka najčešće je potrebno pretvarati km h^{-1} u m s^{-1} .

Neke tipične brzine dane su u Tablici 1.1.

rast ljudske kose	$3 \cdot 10^{-9} \text{ m s}^{-1}$
rast biljaka	$2 \cdot 10^{-7} \text{ m s}^{-1}$
krv u žilama	$0,07 \text{ m s}^{-1}$
pješak	$1,4 \text{ m s}^{-1}$ ($5,04 \text{ km h}^{-1}$)
trkač	10 m s^{-1}
biciklist	6 m s^{-1} ($21,6 \text{ km h}^{-1}$)
automobil	45 m s^{-1} (162 km h^{-1})
zvuk u zraku	340 m s^{-1}
točka na ekvatoru	465 m s^{-1}
puščani metak	800 m s^{-1}
Mjesec oko Zemlje	$1\,000 \text{ m s}^{-1}$
Zemlja oko Sunca	$3 \cdot 10^4 \text{ m s}^{-1}$
svjetlost u vakuumu	$3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$

Tablica 1.1. Neke tipične brzine

Primjer 1:

Neki se automobil giba brzinom od 108 km h^{-1} . Kolika je brzina automobila iskazana u m s^{-1} ?

Rješenje:

$$108 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 108 \cdot \frac{1\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} = 30 \text{ m s}^{-1}.$$

Primjer 2:

Pretvorimo 15 m s^{-1} u km h^{-1} .

Rješenje:

$$15 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 15 \cdot \frac{1 \text{ 000}}{\frac{1}{3 \text{ 600}} \text{ h}} \text{ km} = 15 \cdot \frac{3 \text{ 600 km}}{1 \text{ 000 h}} = 54 \text{ km h}^{-1}.$$

Primjer 3:

Automobil prijeđe 120 km brzinom od 60 km h^{-1} , a zatim 80 km brzinom od 70 km h^{-1} . Kolika je srednja brzina automobila na cijelom putu?

Rješenje:

$$\begin{array}{lll} s_1 = 120 \text{ km} & t_1 = \frac{s_1}{v_1} = \frac{120 \text{ km}}{60 \text{ km h}^{-1}} = 2 \text{ h} & \bar{v} = \frac{s_1 + s_2}{t_1 + t_2} = \frac{120 \text{ km} + 80 \text{ km}}{2 \text{ h} + 1,14 \text{ h}} \\ v_1 = 60 \text{ km h}^{-1} & & \\ s_2 = 80 \text{ km} & t_2 = \frac{s_2}{v_2} = \frac{80 \text{ km}}{70 \text{ km h}^{-1}} = 1,14 \text{ h} & \bar{v} = 63,69 \text{ km h}^{-1}. \\ v_2 = 70 \text{ km h}^{-1} & & \\ \bar{v} = ? & & \end{array}$$

Pitanja:

1. Kako definiramo srednju, a kako trenutačnu brzinu po putu i po pomaku?
2. Kada je srednja brzina po putu jednaka srednjoj brzini po pomaku?

Zadaci:

1. Iz grafa na slici 1.4. odredite srednju brzinu između: 0 s i 5 s, 0 s i 10 s, 0 s i 20 s, 5 s i 10 s.
2. Koliko metara svake sekunde prijeđe automobil koji se giba brzinom od 100 km h^{-1} ?
3. Maratonac trči srednjom brzinom od $5,4 \text{ m s}^{-1}$. Izrazite tu brzinu u km h^{-1} .
4. Biciklist se giba brzinom od 360 m min^{-1} . Kolika je brzina biciklista izražena u m s^{-1} ?
5. Pješak napravi 240 koraka za dvije minute. Kolika je brzina pješaka u m s^{-1} ako je duljina koraka 70 cm ?
6. Autobus se 2 h giba srednjom brzinom od 60 km h^{-1} , a zatim 3 h srednjom brzinom od 50 km h^{-1} .
Kolika je srednja brzina autobusa na cijelom putu?
7. Kolika je srednja brzina automobila tijekom putovanja ako se:
 - a) na prvoj polovini puta giba brzinom od 40 km h^{-1} , a na drugoj polovini puta brzinom od 60 km h^{-1}
 - b) prvu polovinu vremena giba brzinom od 40 km h^{-1} , a drugu polovinu vremena brzinom od 60 km h^{-1} ?
8. Vlak prvu polovinu puta prijeđe 1,5 puta većom brzinom nego drugu. Srednja brzina vlaka na cijelom putu iznosi $43,2 \text{ km h}^{-1}$. Kolike su brzine vlaka na prvom i drugom dijelu puta?

Akceleracija

Promjena brzine u određenom vremenskom intervalu može biti veća ili manja, tj. brzina se može mijenjati brže ili sporije. Fizička veličina koja pokazuje kako se brzo brzina mijenja naziva se **akceleracija**.

Srednja akceleracija (\bar{a}) kvocijent je promjene brzine (Δv) i pripadnog vremenskog intervala (Δt):

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0}.$$

S v_0 smo obilježili brzinu na početku intervala (u trenutku t_0), a s v brzinu na kraju intervala (u trenutku t).

Kvocijent promjene brzine koja se dogodila u jako malom vremenskom intervalu i tog vremenskog intervala nazivamo **trenutačna akceleracija** (a) ili samo **akceleracija**.

Akceleraciju iskazujemo metrima u sekundi na kvadrat: $\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \text{m s}^{-2}$.

Iz definicije akceleracije vidimo da je ona vektorska veličina.

Akceleraciju kod ubrzanoga gibanja nazivamo još **ubrzanje**, a kod usporenog **usporenje** ili **deceleracija**. Akceleracija može biti pozitivna i negativna. Pozitivna je kada je $v > v_0$ a negativna kada je $v < v_0$.

Primjer 1:

Brzina se nekog automobila za 5 s povećala od 70 km h^{-1} do 90 km h^{-1} . Kolikom se srednjom akceleracijom ubrzavao automobil?

Rješenje:

$$v_0 = 70 \text{ km h}^{-1} = 19,44 \text{ m s}^{-1}$$

$$v = 90 \text{ km h}^{-1} = 25 \text{ m s}^{-1}$$

$$\Delta t = 5 \text{ s}$$

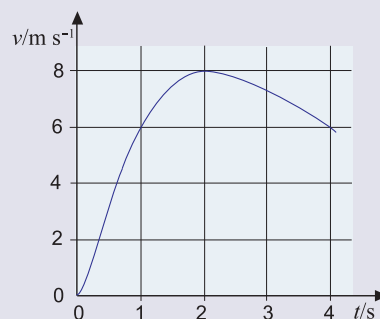
$$\bar{a} = ?$$

$$\bar{a} = \frac{v - v_0}{\Delta t} = \frac{25 \text{ m s}^{-1} - 19,44 \text{ m s}^{-1}}{5 \text{ s}}$$

$$\bar{a} = 1,11 \text{ m s}^{-2}$$

Pitanja:

1. Što je srednja, a što trenutačna akceleracija?
2. Iz grafa na slici odredite srednju akceleraciju između: 0 s i 1 s, 0 s i 2 s, 1 s i 2 s, 2 s i 4 s.



Zadaci:

1. Brzina se vlaka smanji od 72 km h^{-1} na 36 km h^{-1} za pola minute. Kolika je srednja akceleracija vlaka u m s^{-2} ?
2. Ubrzavanje nekog automobila iz mirovanja do brzine od 100 km h^{-1} traje 17,1 s. Kolikom se srednjom akceleracijom ubrzavao automobil?
3. Automobil počinje pretjecati pri brzini od 80 km h^{-1} ubrzavajući srednjom akceleracijom od 2 m s^{-2} . Kolika je brzina automobila kada završi pretjecanje koje je trajalo 6 s?

Jednoliko pravocrtno gibanje

Jednoliko pravocrtno gibanje jest gibanje brzinom stalnog iznosa i smjera $\vec{v} = \vec{\text{const}}$. Brzina je u svakom trenutku jednaka srednjoj brzini pa se računa prema formuli:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s - s_0}{t - t_0},$$

gdje je s_0 put prijeđen do početka intervala (t_0), a s put prijeđen do kraja intervala (t). Počinjemo li vrijeme mjeriti u trenutku t_0 , tada je $t_0 = 0$. Ako jednoliko gibanje tijela počinje upravo u tom trenutku, prijeđeni je put do tog trenutka $s_0 = 0$ pa gornji izraz prelazi u:

$$v = \frac{s}{t}.$$

Iz toga slijedi:

$$s = vt.$$

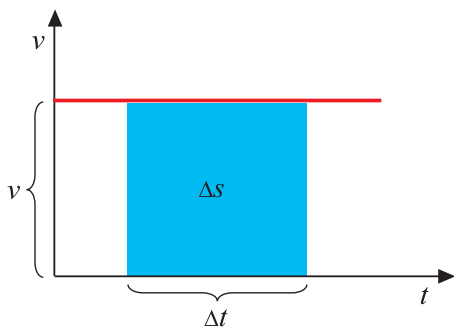
Ako je tijelo do početnog trenutka prešlo put s_0 , tada je:

$$s = s_0 + vt.$$

Grafički prikaz ovisnosti brzine o vremenu dio je pravca paralelnog apscisnoj (vremenskoj) osi (slika 1.5.). Iz slike 1.5. vidimo da je umnožak brzine i vremenskog intervala brojčano jednak površini pravokutnika stranica v i Δt .

Prema izrazu $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$, odnosno $\Delta s = v\Delta t$, taj je umnožak jednak prijeđenom putu.

Prijeđeni je put brojčano jednak površini pravokutnika ispod odgovarajućega dijela grafa. Budući da se brzina kod jednolikoga pravocrtanoga gibanja ne mijenja ($\Delta v = 0$), akceleracija je jednaka nuli ($a = 0$). Ovisnost akceleracije o vremenu prikazana je na slici 1.6.



Slika 1.5. Graf ovisnosti brzine o vremenu za jednoliko pravocrtno gibanje



Slika 1.6. Graf ovisnosti akceleracije o vremenu za jednoliko pravocrtno gibanje

Znamo li brzinu, do grafa koji prikazuje ovisnost puta o vremenu možemo doći služeći se izrazom $s = vt$. Uzmimo za primjer gibanje brzinom od 1 m s^{-1} . Tada izraz za put glasi:

$$s = 1 (\text{m s}^{-1}) t.$$

Pomoću ovoga izraza računamo putove prijeđene do odabranih vremenskih trenutaka. Parove vrijednosti vremena i puta unesemo kao točke u s, t -koordinatni sustav i prema njima nacrtamo graf (slika 1.7., graf a).

Primjenom istog postupka možemo dobiti i graf ovisnosti puta o vremenu za gibanje brzinom od 2 m s^{-1} (slika 1.7., graf *b*). Podatci o putovima i vremenima nalaze se u srednjoj tablici. Uočimo da je nagib grafa veći što je brzina veća. Iznos brzine jednak je koeficijentu smjera pravca na kojem leži graf ovisnosti puta o vremenu. Grafovi ovisnosti puta o vremenu za gibanja jednakim brzinama međusobno su paralelni. Dva takva gibanja prikazana su grafovima *b* i *c* na slici 1.7. Podatke o prijađenim putovima za gibanje prikazano grafom *c* (treća tablica) dobijemo pomoću jednadžbe:

$$s = s_0 + vt$$

uvrštavanjem $s_0 = 2 \text{ m}$ i $v = 2 \text{ m s}^{-1}$.

<i>t/s</i>	0	1	2	3	4	5	6
<i>s/m</i>	0	1	2	3	4	5	6

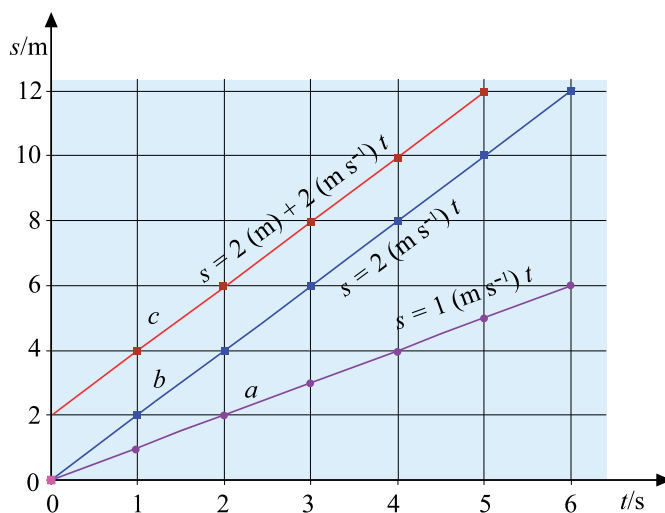
Tablica 1.2. podatci za graf *a*

<i>t/s</i>	0	1	2	3	4	5	6
<i>s/m</i>	0	2	4	6	8	10	12

Tablica 1.3. podatci za graf *b*

<i>t/s</i>	0	1	2	3	4	5
<i>s/m</i>	2	4	6	8	10	12

Tablica 1.4. podatci za graf *c*



Slika 1.7. Grafovi ovisnosti puta o vremenu za različite brzine

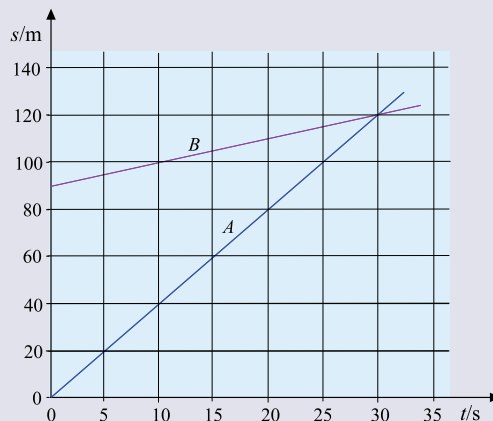
Graf ovisnosti pomaka o vremenu oblikom je jednak grafu ovisnosti puta o vremenu jer je kod pravocrtznoga gibanja stalnog smjera iznos pomaka jednak prijađenom putu.

Pitanja:

- Što možete reći o brzini, a što o akceleraciji tijela koje se giba jednoliko pravocrtno?
- O čemu ovisi nagib grafa koji prikazuje ovisnost puta o vremenu kod jednolikoga pravocrtznoga gibanja? Koliki je nagib grafa koji prikazuje mirovanje tijela?
- Čime je predočen put u v, t -koordinatnom sustavu?

Zadaci:

- Gibajući se stalnom brzinom duž rijeke, motorni čamac u 10 sati i 15 minuta prođe ispod mosta. U 10 sati i 17 minuta čamac je od mosta udaljen 1200 m. Kolika je brzina čamca?
- Slika prikazuje grafove ovisnosti puta o vremenu za dva tijela koja se gibaju po istom pravcu.
 - Kolike su brzine tijela?
 - Kolika je početna udaljenost među tijelima?
 - Kada će tijelo *A* sustići tijelo *B*?
 - Kolike će putove dotad tijela prijeći?
 - Napišite jednadžbe grafova kao što je to učinjeno na slici 1.7.

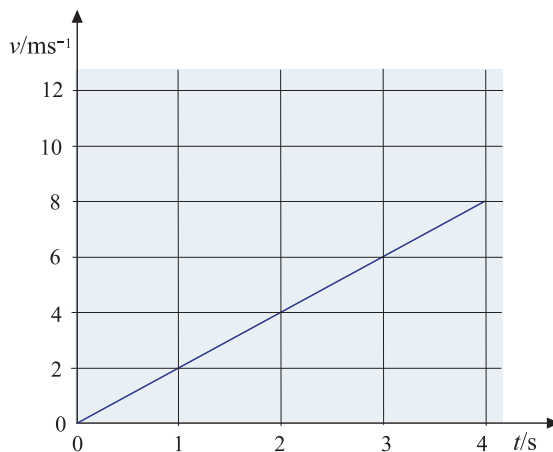


Jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje

Upoznali smo gibanje sa stalnom brzinom (jednoliko pravocrtno gibanje). Prijedimo sada na gibanje kod kojega se brzina povećava, ali ne bilo kako, nego jednoliko, tj. u jednakim vremenskim intervalima za jednake iznose.

Gibanje duž pravca kod kojega se brzina u jednakim vremenskim intervalima povećava za jednake iznose zovemo **jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje**.

Jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje bez početne brzine. Razmotrit ćemo najprije jednostavniji slučaj jednoliko ubrzanoga pravocrtnoga gibanja kada tijelo u početnom trenutku nema brzine. Na slici 1.8. nalazi se graf ovisnosti brzine o vremenu za jedno takvo gibanje.



Slika 1.8. Graf ovisnosti brzine o vremenu za jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje bez početne brzine

Izračunajmo srednju akceleraciju gibanja sa slike 1.8. u trima različitim vremenskim intervalima.

Uzmimo za $t_0 = 1$ s i $t = 2$ s. Pripadne su brzine $v_0 = 2$ m s⁻¹ i $v = 4$ m s⁻¹, a srednja akceleracija:

$$\bar{a} = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \frac{4 \text{ m s}^{-1} - 2 \text{ m s}^{-1}}{2 \text{ s} - 1 \text{ s}} = 2 \text{ m s}^{-2}.$$

Neka su sada $t_0 = 2$ s i $t = 4$ s. Odgovarajuće su brzine $v_0 = 4$ m s⁻¹ i $v = 8$ m s⁻¹, a srednja akceleracija:

$$\bar{a} = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \frac{8 \text{ m s}^{-1} - 4 \text{ m s}^{-1}}{4 \text{ s} - 2 \text{ s}} = 2 \text{ m s}^{-2}.$$

Neka su, konačno, $t_0 = 2$ s i $t = 2,5$ s. Tada su brzine $v_0 = 4$ m s⁻¹ i $v = 5$ m s⁻¹ pa je srednja akceleracija:

$$\bar{a} = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \frac{5 \text{ m s}^{-1} - 4 \text{ m s}^{-1}}{2,5 \text{ s} - 2 \text{ s}} = 2 \text{ m s}^{-2}.$$

Uočavamo da srednje akceleracije imaju jednake vrijednosti u svim vremenskim intervalima bez obzira na njihovu veličinu i redoslijed. I trenutačna bi akceleracija za vrijeme gibanja imala stalnu vrijednost.

Kod jednoliko ubrzanoga pravocrtnoga gibanja **akceleracija je stalna** (konstantna), $\vec{a} = \vec{\text{const.}}$, $a > 0$ i jednaka je srednjoj akceleraciji u bilo kojem vremenskom intervalu:

$$a = \bar{a} = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \text{konst.}$$

Grafički prikaz ovisnosti akceleracije o vremenu nalazi se na slici 1.9. Iz toga grafa možemo odrediti promjenu brzine tijela (Δv) u danom vremenskom intervalu (Δt). Promjena brzine brojčano je jednaka površini pravokutnika sa stranicama a i Δt .

Uzmemo li da je $t_0 = 0$, tada je i $v_0 = 0$ pa gornji izraz prelazi u:

$$a = \frac{v}{t}.$$

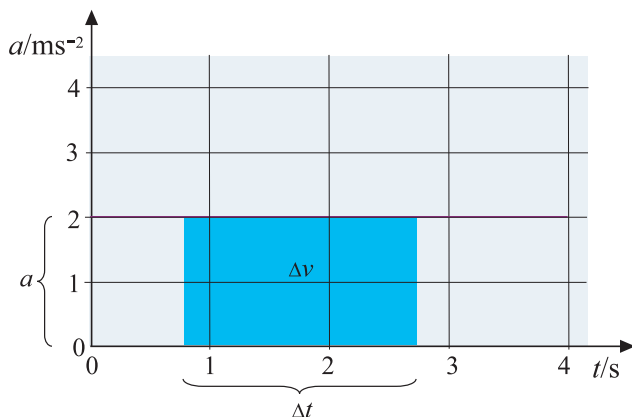
Dakle, kada je riječ o jednoliko ubrzanom pravocrtном gibanju bez početne brzine, akceleraciju možemo dobiti tako da brzinu v podijelimo vremenom t za koje je ta brzina postignuta. Posljednji se izraz može još pisati kao:

$$v = at,$$

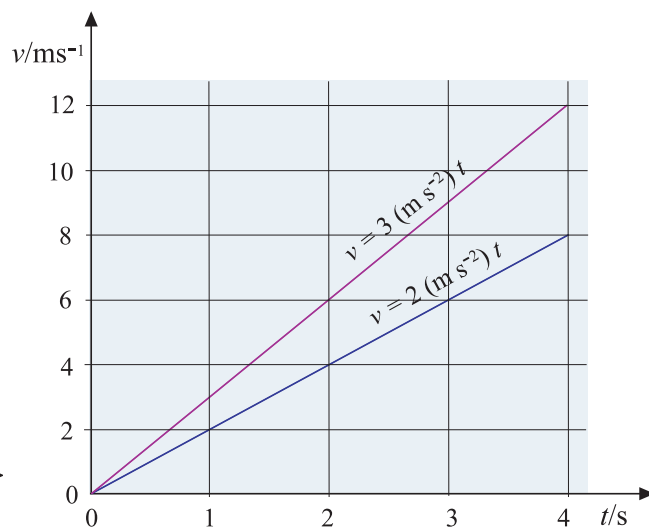
a za naš primjer ($a = 2 \text{ m s}^{-2}$) izraz glasi:

$$v = 2 (\text{m s}^{-2}) t.$$

To je jednadžba grafa prikazanog na slici 1.8. Na slici 1.10. prikazan je taj graf i graf koji se odnosi na gibanje akceleracijom od 3 m s^{-2} . Vidimo da je nagib grafa veći za veću akceleraciju. Iznos akceleracije jednak je koeficijentu smjera pravca na kojem leži graf ovisnosti brzine o vremenu.



Slika 1.9. Graf ovisnosti akceleracije o vremenu za jednoliko ubrzano gibanje

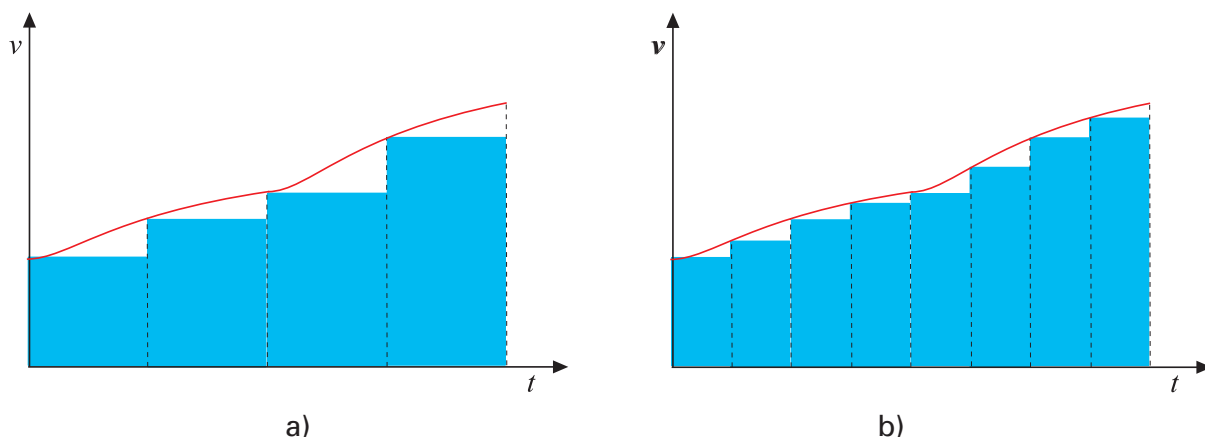


Slika 1.10. Graf ovisnosti brzine o vremenu pri većoj akceleraciji ima veći nagib.

Kod jednolikoga pravocrtного gibanja pokazali smo da je put brojčano jednak površini pravokutnika određenoga grafom u v, t -koordinatnom sustavu i apscisnom osi (slika 1.5.). Lik između grafa u tom koordinatnom sustavu i apscisne osi nije kod svih gibanja pravokutnik, no iznos njegove površine uvijek predočuje prijeđeni put. To ćemo i pokazati.

Na slici 1.11.a prikazana je ovisnost brzine o vremenu kod nekog nejednolikoga gibanja. Raz-

dijelimo vrijeme gibanja na vremenske intervale. Uzmimo da se tijelo unutar svakog intervala giba stalnom brzinom. Put prijeđen u nekom od intervala predočen je površinom pravokutnika iznad toga intervala, a ukupni put zbrojem površina svih pravokutnika. Ta je površina manja od površine ispod grafa. Na slici 1.11.b smanjili smo vremenske intervale na polovinu prijašnje vrijednosti. Vidimo da je sada iznos površine svih pravokutnika bliži iznosu površine ispod grafa. Te bi dvije površine postale jednake kada bismo vrijeme gibanja razdijelili na jako male vremenske intervale. Na taj način složenijim matematičkim računom ili računalom možemo izračunati put i pri nejednolikim gibanjima.



Slika 1.11. Smanjivanjem vremenskih intervala površina pravokutnika sve se manje razlikuje od površine ispod grafa.

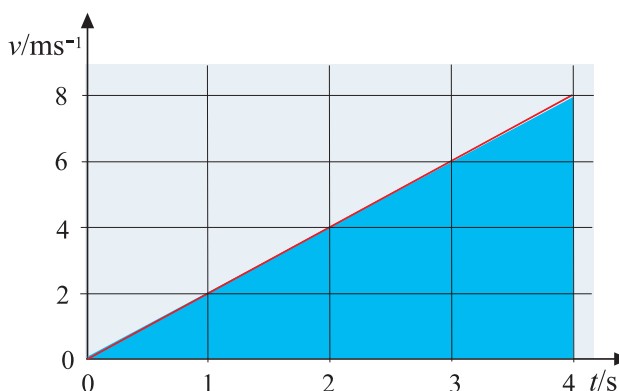
Kod jednoliko ubrzanoga pravocrtznoga gibanja bez početne brzine površina koja predočuje put ima oblik trokuta (slika 1.12.). Možemo je izračunati tako da umnožak brzine i vremena podijelimo s dva:

$$s = \frac{8 \text{ m s}^{-1} \cdot 4 \text{ s}}{2} = 16 \text{ m.}$$

(Sjetimo se da je površina trokuta jednaka polovini umnoška osnovice i visine.)

Dakle, brzina v što ju je tijelo postiglo za vrijeme t i put prijeđen za to vrijeme s povezani su relacijom:

$$s = \frac{vt}{2}.$$



Slika 1.12. Put je predočen površinom lika (trokuta) ispod grafa.

Iz izraza $v = at$ i $s = \frac{vt}{2}$ proizlaze još dva izraza koji povezuju veličine jednoliko ubrzanoga pravocrtanoga gibanja bez početne brzine:

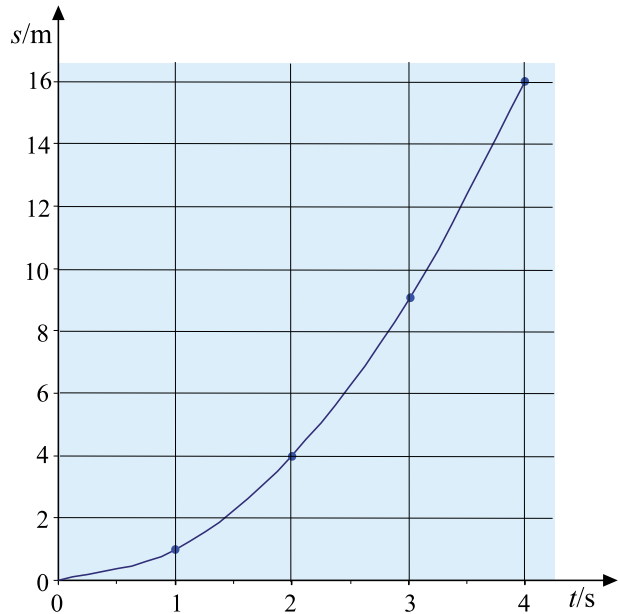
$$s = \frac{at^2}{2}$$

$$v^2 = 2as.$$

Pomoću izraza $s = \frac{at^2}{2}$ možemo nacrtati graf koji prikazuje ovisnost puta o vremenu (slika 1.13.). Vrijednosti puta u priloženoj tablici 1. 5. izračunane su za akceleraciju od 2 m s^{-2} , koliko je ona iznosila u našem slučaju.

t/s	0	1	2	3	4
s/m	0	1	4	9	16

Tablica 1. 5.



Slika 1.13. Graf ovisnosti puta o vremenu za jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje

Jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje s početnom brzinom. Pretpostavimo da tijelo u početnom trenutku $t_0 = 0$ ima neku početnu brzinu v_0 . Izraz za akceleraciju u tom slučaju glasi:

$$a = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \frac{v - v_0}{t - 0},$$

odnosno:

$$a = \frac{v - v_0}{t},$$

iz čega slijedi:

$$v = v_0 + at.$$

Graf ovisnosti brzine o vremenu za jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje s početnom brzinom prikazuje slika 1.14. Izrazimo prijeđeni put znajući da je on predöčen površinom lika ispod grafa.