

nje. Ostvarenost odgojno-obrazovnih ishoda vrednuje se s obzirom na definirane razine ostvarenosti odgojno-obrazovnih ishoda. Nastavnik pri vrednovanju za svaki element ocjenjivanja prema tim razinama razrađuje opisivače koji određuju opseg znanja, dubinu razumijevanja i stupanj razvijenosti vještina potrebne za određenu ocjenu. Koriste se usmenim i pisanim provjerama znanja, portfolijem, učeničkim projektima, raspravama, debatama, esejima, simulacijama itd. Ocjena se temelji na jednoj ili više metoda vrednovanja. Metode i sadržaji provjere odgovaraju zahtjevima jezične upotrebe u stvarnim jezičnim, situacijskim i kulturnim uvjetima u kojima se traži upotreba različitih znanja, vještina i sposobnosti. Pritom se vodi računa o definiranim kriterijima vrednovanja, o izboru valjanih i pouzdanih metoda te o sigurnosti i transparentnosti procesa – svrha vrednovanja, sadržaji, postupci, oblik, sastavnice i trajanje ispita, način i kriteriji bodovanja i rezultati unaprijed su definirani i jasni nastavniku, učeniku i roditelju.

Sustavnim i redovitim izvješćivanjem o učenikov napredovanju u svim domenama daje se povratna informacija o razini ostvarenosti odgojno-obrazovnih ishoda te predlažu načini i postupci potrebni za njihovo poboljšanje.

Pri određivanju zaključne ocjene nastavnik uzima u obzir ostvarenost ishoda provjerenu različitim metodama vrednovanja u više vremenskih točaka. Zaključna ocjena proizlazi neposredno iz razine ostvarenosti odgojno-obrazovnih ishoda iz domene Komunikacijska jezična kompetencija i posredno iz domena Međukulturna komunikacijska kompetencija i Samostalnost u ovladavanju jezikom. Kao i u višim razredima osnovne škole, veća se težina daje ostvarenosti ishoda iz domene Komunikacijska jezična kompetencija. Ostvarenost ishoda iz dviju domena Međukulturna komunikacijska kompetencija i Samostalnost u ovladavanju jezikom koji se odnose na znanja i vještine (znanja o vlastitoj i drugim kulturama, vještina međukulturnog ophođenja te medijska pismenost) ulazi u završnu ocjenu.

Tijekom učenja i poučavanja španjolskoga jezika potrebno je poticati i pratiti i ostvarenost ishoda iz domena Međukulturna komunikacijska kompetencija i Samostalnost u ovladavanju jezikom koji ne ulaze u završnu ocjenu. Ostvarenost tih ishoda formativno se prati i opisuje se njihov razvoj u opisnome praćenju. Kao numerički pokazatelj razine ostvarenosti odgojno-obrazovnih ishoda definiranih kurikulum zadržava se ljestvica školskih ocjena od pet stupnjeva. Kao i dosad, zaključna se ocjena izriče brojkom i riječju (nedovoljan – 1, dovoljan – 2, dobar – 3, vrlo dobar – 4, odličan – 5).

2. MATEMATIČKO PODRUČJE

Poučavanje i učenje matematike uključuje stjecanje znanja, vještina i sposobnosti računanja, procjenjivanja te logičkog i prostornog mišljenja. Matematički pristup problemima obuhvaća odabir i pravilnu primjenu osnovnih matematičkih vještina, otkrivanje pravilnosti u oblicima i brojevima, izradu modela, interpretaciju podataka te prepoznavanje i komunikaciju s njima povezanih ideja.

Matematičko obrazovanje omogućava postavljanje i rješavanje matematičkih problema, potiče na istraživanje, sustavnost, kreativnost, korištenje informacija iz različitih izvora, samostalnost i ustrajnost. Učenjem matematike učenici će biti osposobljeni primijeniti matematička znanja i vještine u različitim kontekstima, uključujući i svijet rada, prepoznati i razumjeti povijesnu i društvenu ulogu matematike u znanosti, kulturi, umjetnosti i tehnologiji, kao i njezin potencijal za budućnost društva.

Struktura područja: Matematika

KURIKUL NASTAVNOG PREDMETA MATEMATIKA ZA SREDNJE STRUKOVNE ŠKOLE NA RAZINI 4.2

A. SVRHA I OPIS PREDMETA

Brzi razvoj suvremenoga društva, kojemu je uvelike pridonijela i primjena matematike u svim njegovim područjima, ukazuje na važnost učenja matematike. Matematika je jedan od čimbenika tehnološkoga napretka društva, a time i važan element poboljšanja kvalitete življenja.

Matematika ima vrijednost i intelektualnu ljepotu, bogata je i poticajna. Zaokuplja i privlači ljude svih dobnih skupina, raznolikih interesa i sposobnosti. Igrala je i igra važnu ulogu u napretku društva u prošlosti, sadašnjosti i budućnosti. Važna je za svakodnevni život te je nužna za razumijevanje svijeta koji nas okružuje, za upravljanje vlastitim životom te za razumijevanje i rješavanje različitih problema iz struke. Poučavanje i učenje matematike omogućuje razvoj matematičkih znanja i vještina kojima će se učenici koristiti u osobnome, društvenome i profesionalnome životu.

Matematička pismenost prepoznata je kao jedan od važnih preduvjeta za razvoj životnih vještina pojedinca, primjenu matematičkih strategija, cjeloživotno učenje, otvorenost za uporabu novih tehnologija te ostvarivanje vlastitih potencijala. Poučavanje i učenje predmeta Matematike potiče kreativnost, preciznost, sustavnost, apstraktno mišljenje i kritičko promišljanje koje pomaže pri uočavanju i rješavanju problema iz svakodnevice te društvenoga i profesionalnoga okružja.

Poučavanje i učenje nastavnoga predmeta Matematike ostvaruje se povezivanjem matematičkih procesa i domena. Ta dvodimenzionalnost očituje se u ishodima i doprinosi stjecanju matematičkih kompetencija. Matematički su procesi: prikazivanje i komunikacija, povezivanje, logičko mišljenje, argumentiranje i zaključivanje, rješavanje problema i matematičko modeliranje te primjena tehnologije. Domene predmeta Matematike jesu: Brojevi, Algebra i funkcije, Oblik i prostor, Mjerenje te Podatci, statistika i vjerojatnost.

Svijest pojedinca o posjedovanju kompetencija za rješavanje, i osobnih i problemskih situacija u zajednici, kao i za rješavanje različitih problema iz struke, daje mu mogućnost za djelovanje, potiče ga da bude koristan i odgovoran za napredak osobnoga, radnoga i socijalnoga okružja. Kako bi se u učenika postiglo razumijevanje matematičkih pojmova, procesa i koncepata, razvila kreativnost i sposobnost apstrahiranja, potrebno je poučavati od konkretnih, njima bliskih situacija k apstraktnomu modeliranju i opisivanju. Uostalom, i začetci matematike i matematičkoga načina razmišljanja proizašli su iz proučavanja pojava u prirodi, ljudskoga djelovanja u arhitekturi, umjetnosti, tehnologiji te potrebe da se to objasni. Poučavanje matematike tijekom školovanja je strukturirano pa se velika pozornost posvećuje postupnosti u prihvaćanju i usvajanju matematičkih znanja te uspostavljanju veza među njima. Takav pristup učenju i poučavanju matematike omogućuje svakomu učeniku pronalaženje osobnoga puta prema razvoju i primjeni matematičkoga razmišljanja. Učeći matematiku, učenici postaju svjesni vrijednosti vlastitih matematičkih kompetencija te su motivirani da ih i dalje aktivno razvijaju, izgrađuju i primjenjuju, kako u matematici, tako i u svojoj struci i ostalim područjima učenja i života.

Matematičke se kompetencije neprestano razvijaju putem uravnoteženog preplitanja matematičkih procesa i domena predmeta Matematika, primjene matematičkih znanja na probleme iz struke, ali i putem drugih područja odgoja i obrazovanja te tijekom svih faza

školovanja. Time je matematičari osigurana stalna prisutnost i važna uloga u odgoju i obrazovanju učenika, stjecanju znanja i razvoju vještina i stavova. Na nastavnicima je, ali i na učenicima, velika odgovornost za ostvarivanje načela kurikula, koji teži razvoju vrijednosti i temeljnih kompetencija učenika.

Dobro i pravodobno usvojeni matematički koncepti potiču razumijevanje i snalaženje u različitim područjima kurikula. Isto tako, mnogi koncepti usvojeni u drugim područjima i drukčijim pristupom obogaćuju poučavanje i učenje u predmetu Matematika. Takvim načinom, stalnim korelacijama i integracijom unutar kurikula tijekom cijeloga školovanja učenici matematiku prihvaćaju kao dio okruženja, a matematičke kompetencije primjenjuju u različitim aspektima učenja, rada i života.

B. ODGOJNO-OBRAZOVNI CILJEVI UČENJA I POUČAVANJA PREDMETA

Učenici će temeljem usvojenih matematičkih znanja, vještina i procesa:

- primijeniti matematički jezik u usmenome i pisanome izražavanju, strukturiranju, analizi, razumijevanju i procjeni informacija upotrebljavajući različite načine prikazivanja matematičkih ideja, procesa i rezultata u matematičkome kontekstu, struci i stvarnome životu
- samostalno i u suradničkom okruženju matematički rasuđivati logičkim, kreativnim i kritičkim promišljanjem i povezivanjem, argumentiranim raspravama, zaključivanjem, provjeravanjem pretpostavki i postupaka te dokazivanjem tvrdnji
- rješavati problemske situacije odabirom relevantnih podataka, analizom mogućih strategija i provođenjem optimalne strategije te preispitivanjem procesa i rezultata, po potrebi uz učinkovitu uporabu odgovarajućih alata i tehnologije
- razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima, upornost, poduzetnost, odgovornost, uvažavanje i pozitivan odnos prema matematičarima i radu općenito
- prepoznati povijesnu, kulturnu i estetsku vrijednost matematike njezinom primjenom u različitim disciplinama i djelatnostima, kao i neizostavnu ulogu matematike u razvoju i dobrobiti društva.

C. STRUKTURA – ORGANIZACIJSKA PODRUČJA PREDMETNOGA KURIKULA

Matematički procesi kurikula nastavnoga predmeta Matematika. Matematički su procesi važni na svim razinama obrazovanja te proživljavaju sve domene kurikula nastavnoga predmeta Matematika.

Organizirani su u pet skupina:

- prikazivanje i komunikacija
- povezivanje
- logičko mišljenje, argumentiranje i zaključivanje
- rješavanje problema i matematičko modeliranje
- primjena tehnologije.

Prikazivanje i komunikacija

Učenici smisleno prikazuju matematičke objekte, obrazlažu rezultate, objašnjavaju svoje ideje i bilježe postupke koje provode. Pritom se koriste različitim prikazima: riječima, crtežima, maketama, dijagramima, grafovima, listama, tablicama, brojevima, simbolima i slično. U danoj situaciji odabiru prikladan prikaz, povezuju različite prikaze i prelaze iz jednoga na drugi. Prikupljaju i tumače informacije iz raznovrsnih izvora.

Razvijanjem sposobnosti komuniciranja u matematičarima i o matematičarima učenici se koriste jasnim matematičkim jezikom, razumiju

njegov odnos prema govornome jeziku, slušaju i razumiju matematičke opise i objašnjenja drugih te razmjenjuju i sučeljavaju svoje ideje, mišljenja i stavove. Uspješna komunikacija doprinosi lakšem i bržem usvajanju novih sadržaja i kurikula nastavnoga predmeta Matematika, ali i kurikula ostalih nastavnih predmeta.

Povezivanje

Učenici uspostavljaju i razumiju veze i odnose među matematičkim objektima, idejama, pojmovima, prikazima i postupcima te oblikuju cjeline njihovim nadovezivanjem. Uspoređuju, grupiraju i klasificiraju objekte i pojave prema zadanome ili izabranome kriteriju. Povezuju matematiku s vlastitim iskustvom, prepoznaju je u primjerima iz okoline i primjenjuju u drugim područjima kurikula. Time ostvaruju jasnoću, pozitivan stav i otvorenost prema matematičarima te povezuju matematiku sa sadržajima ostalih predmeta, strukom i životom tijekom procesa cjeloživotnoga učenja.

Logičko mišljenje, argumentiranje i zaključivanje

Učenje matematike karakterizira razvoj i njegovanje logičkoga i apstraktnoga mišljenja. Poučavanjem i učenjem nastavnoga predmeta Matematika učenici se suočavaju s izazovnim problemima koji ih potiču na promišljanje, argumentiranje i dokazivanje te donošenje samostalnih zaključaka. Učenici postavljaju matematičari svojstvena pitanja te stvaraju i istražuju na njima zasnovane matematičke pretpostavke, uočene pravilnosti i odnose. Stvaraju i vrednuju lance matematičkih argumenata, zaključuju indukcijom i dedukcijom, analiziraju te primjenjuju analogiju, generalizaciju i specijalizaciju. Primjenjuju poznato u nepoznatim situacijama i prenose učenje iz jednoga konteksta u drugi. Razvijaju kritičko mišljenje te prepoznaju utjecaj ljudskih čimbenika i vlastitih uvjerenja na zaključivanje. Proces mišljenja razvijen nastavom matematike učinkovito primjenjuju u svojoj struci i svakodnevnom životu.

Rješavanje problema i matematičko modeliranje

Učenici analiziraju problemsku situaciju, prepoznaju elemente koji se mogu matematičari prikazati i planiraju pristup za njezino rješavanje odabirom odgovarajućih matematičkih pojmova i postupaka. Odabiru, osmišljavaju i primjenjuju razne strategije, rješavaju problem, promišljaju i vrednuju rješenje te ga prikazuju na prikladan način. Razvojem ovoga procesa, osim primjene matematičkih znanja, učenici razvijaju upornost, hrabrost i otvorenost u suočavanju s novim i nepoznatim situacijama.

Primjena tehnologije

Korištenje alatima i tehnologijom pomaže učenicima u matematičkim aktivnostima u kojima su u središtu zanimanja matematičke ideje, pri provjeravanju pretpostavki, pri obradi i razmjeni podataka i informacija te za rješavanje problema i modeliranje. Učenici uočavaju i razumiju prednosti i nedostatke tehnologije. Na taj se način prirodno otvaraju mogućnosti za nove ideje, za dublja i drukčija matematička promišljanja, kao i za nove oblike učenja i poučavanja.

Domene kurikula nastavnoga predmeta Matematika

Početak i razvoj matematike temelji se na velikim matematičkim idejama kao što su broj, oblik, struktura i promjena. Oko tih ideja grade se matematički koncepti i razvijaju grane matematike. Usvajanje tih koncepata važno je za razumijevanje informacija, procesa i pojava u svijetu koji nas okružuje. Srodni koncepti grupirani su u domene Brojevi, Algebra i funkcije, Oblik i prostor, Mjerenje i Podatci, statistika i vjerojatnost koje proizlaze iz domena matematičkoga područja kurikula.

Domene se postupno razvijaju i nadograđuju cijelom vertikalom učenja i poučavanja matematike, a udio pojedine domene u godinama učenja prilagođen je razvojnim mogućnostima učenika i potrebi sustavne izgradnje cjelovitoga matematičkog obrazovanja. Domene koje obuhvaćaju pojmove poput broja i oblika istaknutije su u ranijim godinama učenja dok su u kasnijim godinama učenja zastupljenije domene složenijih matematičkih koncepata, poput funkcija ili vjerojatnosti. Na razini pojedine godine učenja i poučavanja za svaku su domenu iskazani odgojno-obrazovni ishodi, jasni i nedvosmisleni iskazi očekivanja od učenika.

Premda domene povezuju srodne koncepte, njihova se nedjeljivost stalno primjećuje jer je usvojenost koncepata jedne domene često pretpostavka usvajanju koncepata u drugim domenama. Tom povezanošću matematika se spoznaje kao logična i zaokružena cjelina. Cjelovitim pristupom usvajanju koncepata svih domena stječu se matematička znanja i vještine i razvijaju matematičke kompetencije koje podrazumijevaju prikazivanje i komuniciranje matematičkim jezikom, logičko mišljenje, argumentiranje i zaključivanje, matematičko modeliranje i rješavanje problema te uporabu tehnologije.

Važno je naglasiti da se odabirom primjerenih strategija poučavanja te kreativnim načinima izvedbe nastavnoga procesa može uvelike utjecati na razinu usvojenosti znanja i stjecanje vještina i stavova. U svim domenama matematika se povezuje sa stvarnim situacijama i problemima iz struke, a njezina svakodnevna primjena čini je važnom i nezamjenjivom za razvoj društva u cjelini.

Brojevi

U domeni Brojevi učenici postupno usvajaju apstraktne pojmove kao što su broj, brojevni sustav i skup te razvijaju vještinu izvođenja aritmetičkih postupaka.

Brojiti i računati započinje se u skupu prirodnih brojeva s nulom. Postupno se upoznaju skupovi cijelih, racionalnih, iracionalnih, realnih i kompleksnih brojeva. Razvija se predodžba o brojevima, povezuju njihove različite interpretacije te se uporabom osnovnih svojstava i međusobnih veza računskih operacija usvaja vještina učinkovitoga i sigurnoga računanja.

Tijekom cijelog obrazovanja, odabirom prikladnoga načina računanja, procjenjujući i preispitujući smislenost rezultata, rješavaju se matematički problemi i problemi iz svakodnevnoga života, uz mogućnost uporabe različitih metoda i tehnologije u svrhu efikasnosti i točnosti.

Koncepti iz domene Brojevi osnova su svim ostalim matematičkim konceptima i na njima se gradi daljnje učenje matematike, a učenici će te koncepte u budućnosti svakodnevno upotrebljavati u osobnome, radnome i društvenome okružju.

Algebra i funkcije

Algebra je jezik za opisivanje pravilnosti u kojemu slova i simboli predstavljaju brojeve, količine i operacije, a varijable se upotrebljavaju pri rješavanju matematičkih problema.

U domeni Algebra i funkcije učenici se služe različitim vrstama prikaza; grade algebarske izraze, tablice i grafove radi generaliziranja, tumačenja i rješavanja problemskih situacija. Uočavaju nepoznanice i rješavaju jednadžbe i nejednadžbe računski provođenjem odgovarajućih algebarskih procedura, grafički i služeći se tehnologijom kako bi otkrili njihove vrijednosti i protumačili ih u danome kontekstu. Određenim algebarskim procedurama koriste se i za primjenu formula i provjeravanje pretpostavki.

Prepoznavanjem pravilnosti i opisivanjem ovisnosti dviju veličina jezikom algebre učenici definiraju funkcije koje proučavaju, tumače, uspoređuju, grafički prikazuju i upoznaju njihova svojstva. Modeliraju situacije opisujući ih algebarski, analiziraju i rješavaju matematičke probleme te probleme iz stvarnoga života i struke koji uključuju pravilnosti ili funkcijske ovisnosti.

Oblik i prostor

Prostorni zor intuitivni je osjećaj za oblike i odnose među njima, a zajedno s geometrijskim rasuđivanjem razvija sposobnost misaone predodžbe objekta i prostornih odnosa. Domena Oblik i prostor dio je geometrije koji se bavi proučavanjem oblika, njihovih položaja i odnosa.

Rastavljanjem i sastavljanjem oblika uspoređuju se njihova svojstva i uspostavljaju veze među njima. Iz uočenih svojstava i odnosa izvode se pretpostavke i tvrdnje koje se dokazuju crtežima i algebarskim izrazima.

Koristeći se geometrijskim priborom i tehnologijom, učenici će izvoditi geometrijske transformacije, istraživati i primjenjivati njihova svojstva te razviti koncepte sukladnosti i sličnosti.

Interakcijom s ostalim domenama i matematičkim argumentiranjem prostornih veza, rabeći prostorni zor i modeliranje, učenici pronalaze primjenu matematičkih rješenja u različitim situacijama. Prepoznaju ravninske i prostorne oblike i njihova svojstva u svakodnevnome okružju te ih upotrebljavaju za opis i analizu svijeta oko sebe.

Mjerenje

Mjerenje je uspoređivanje neke veličine s istovrsnom veličinom koja je dogovorena jedinica mjere.

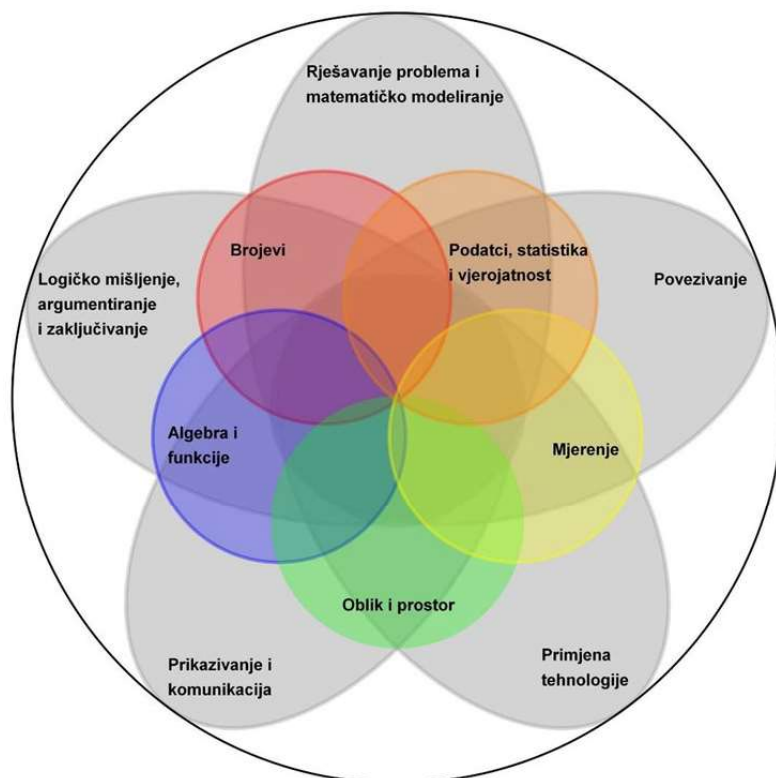
U domeni Mjerenje usvajaju se standardne mjerne jedinice za novac, duljinu, površinu, volumen, masu, vrijeme, temperaturu, kut i brzinu te ih se mjeri odgovarajućim mjernim uređajima i kalendarom. Procjenjivanjem, mjerenjem, preračunavanjem i izračunavanjem veličina određuju se mjeriva obilježja oblika i pojava uz razložnu i učinkovitu upotrebu alata i tehnologije. Rezultati se interpretiraju i izražavaju u jedinici mjere koja odgovara situaciji.

Učenici će mjerenjem povezati matematiku s drugim odgojno-obrazovnim područjima, s vlastitim iskustvom, svakodnevnim životom u kući i zajednici te na radnome mjestu, prepoznati mjeriva obilježja ravninskih i prostornih oblika u umjetnosti te ih upotrebljavati za opis i analizu svijeta oko sebe.

Podatci, statistika i vjerojatnost

Domena Podatci, statistika i vjerojatnost bavi se prikupljanjem, razvrstavanjem, obradom, analizom i prikazivanjem podataka u odgovarajućemu obliku. Podatke dane grafičkim ili nekim drugim prikazom treba znati očitati te ih ispravno protumačiti i upotrijebiti. Sve se to postiže koristeći se jezikom statistike. Ona podrazumijeva uporabu matematičkoga aparata kojim se računaju mjere srednje vrijednosti, mjere raspršenja, mjere položaja i korelacije podataka.

Nakon prepoznavanja veza među podatcima i promatrajući frekvencije pojavljivanja, dolazi se do pojma vjerojatnosti. Određuje se broj povoljnih i svih mogućih ishoda, procjenjuje se i izračunava vjerojatnost što nam omogućuje predviđanje događaja.



Slika 1. Matematički procesi i domene kurikula nastavnoga predmeta Matematika

D. ODGOJNO-OBRAZOVNI ISHODI, SADRŽAJI I RAZINE USVOJENOSTI PO RAZREDIMA I ORGANIZACIJSKIM PODRUČJIMA

Odgojno-obrazovni ishodi kurikula nastavnoga predmeta Matematika opisani su sljedećim elementima:

- odgojno-obrazovni ishod
- razrada ishoda
- odgojno-obrazovni ishodi na razini usvojenosti »dobar« na kraju razreda
- sadržaji
- preporuke za ostvarivanje odgojno-obrazovnih ishoda.

Razina usvojenosti »dobar« odgojno-obrazovnog ishoda služi:

- unaprjeđenju procesa učenja, poučavanja i vrednovanja ponajprije nastavnicima u planiranju metoda učenja kojima će se potaknuti viši kognitivni procesi u učenika i dublje učenje
- pomaže pri planiranju i provedbi vrednovanja jer omogućuju jasnoću i dosljednost u interpretaciji dokaza o razvoju znanja, vještina, sposobnosti i stavova/vrijednosti učenika te su osnova za određivanje kriterija vrednovanja
- učenicima i roditeljima daju jasan iskaz očekivanja, ali i mogućnost samoprocjene napretka u predmetu Matematici u različitim trenucima učenikova odgojno-obrazovnog puta.

Svakome odgojno-obrazovnom ishodu dodjeljuje se kratka oznaka, npr. MAT SSŠ D.1.2.

- MAT označava predmet Matematiku.
- SSŠ označava da se ishod ostvaruje u četverogodišnjoj srednjoj strukovnoj školi.
- Slovo D označava odgovarajuću domenu predmeta Matematike:

A – Brojevi

B – Algebra i funkcije

C – Oblik i prostor

D – Mjerenje

E – Podatci, statistika i vjerojatnost.

- Prva brojka (npr. 1) označava u kojem se razredu srednje škole ishod ostvaruje.
- Druga brojka (npr. 2) označava redni broj ishoda u navedenoj domeni.

Sve odgojno-obrazovne ishode navedene u određenoj godini učenja matematike potrebno je realizirati unutar te godine učenja imajući u vidu da sadržaji matematike budu u funkciji struke određenog sektora i podsektora koliko god je to moguće. Primjeri matematičkih zadataka iz struke i problemi iz svakodnevnoga života za neke ishode navedeni su u Preporukama za ostvarivanje odgojno-obrazovnih ishoda. Ti primjeri nisu obvezujući nego predstavljaju dodatne smjernice i ideje kako ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda predmeta Matematike povezati sa strukom i svakodnevnim životom s ciljem da potaknu nastavnike na kreativno osmišljavanje primjera zadataka koji će odgovarati potrebama struke njihovih učenika.

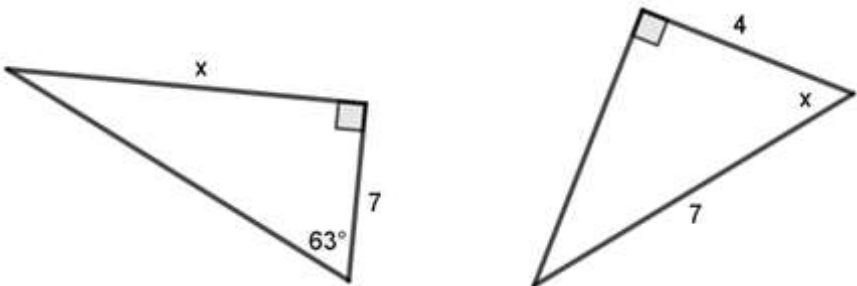
Neki su odgojno-obrazovni ishodi označeni kao izborni. Svaki nastavnik samostalno odabire hoće li ih realizirati imajući u vidu zahtjeve struke, odnosno sektora i podsektora unutar kojega se provodi nastava Matematike te se preporuča odluku donijeti u konzultaciji s nastavnicima strukovnih predmeta. Ako nastavnik odluči da će realizirati izborni ishod, tada se ostvarivanje toga ishoda može vrednovati i formativno i sumativno.

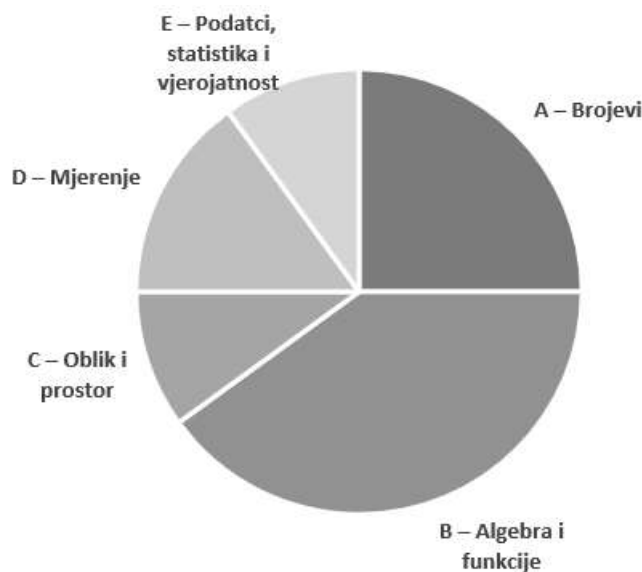
U razradi ishoda navedeni su specifični ishodi učenja, a neki od njih označeni su kao prošireni sadržaji. Kao i kod izbornih ishoda, nastavnik samostalno odabire hoće li ih realizirati što ovisi o potrebama struke, ali i o karakteristikama njegovih učenika. Realizirani prošireni sadržaji također se mogu vrednovati i formativno i sumativno.

Matematika, 1. razred, razina 4.2., 8 CSVET-a

Matematika – na kraju 1. razreda četverogodišnje srednje strukovne škole učenik:		
Domene: A – Brojevi, B – Algebra i funkcije, C – Oblik i prostor, D – Mjerenje, E – Podatci, statistika i vjerojatnost		
odgojno-obrazovni ishodi	razrada ishoda	odgojno-obrazovni ishodi na razini usvojenosti »dobar« na kraju razreda
MAT SSŠ A.1.1. MAT SSŠ B.1.1. Provodi operacije sa skupovima	Prikazuje skupove uz pomoć Vennovih dijagrama. Određuje kardinalni broj skupa. Objašnjava podskup, uniju, presjek i razliku podskupova skupa realnih brojeva zapisujući ih matematičkim simbolima. Rješava jednostavnije problemske zadatke koristeći računske operacije sa skupovima.	Opisuje podskup, uniju, presjek i razliku podskupova skupa realnih brojeva uz pomoć Vennovih dijagrama ili jednostavnih primjera. Pronalazi kardinalni broj skupa. Provodi osnovne računske operacije sa skupovima.
Sadržaj: Skupovi. Operacije sa skupovima.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnih ishoda: Skupove i skupovne operacije prikazati uz pomoć Vennovih dijagrama. Primjer jednostavnog problemskog zadatka: U nekom razredu 15 učenika uči engleski jezik, 18 uči njemački jezik te 9 učenika uči i engleski i njemački jezik. Ako svaki učenik tog razreda uči barem jedan od stranih jezika, koliko učenika ima u tom razredu?		
MAT SSŠ A.1.2. Računa s realnim brojevima.	Primjenjuje svojstva skupova prirodnih, cijelih, racionalnih, iracionalnih i realnih brojeva pri računanju vrijednosti brojevnih izraza. Procjenjuje, zaokružuje i računa u problemskim situacijama različitih razina složenosti. Uspoređuje realne brojeve. Zapisuje nejednakosti uz pomoć intervala i obratno. Prikazuje intervale na brojevnom pravcu. Povezuje apsolutnu vrijednost s udaljenosti točaka na brojevnom pravcu.	Procjenjuje te zaokružuje rezultat računanja brojevnog izraza s dvije različite računske operacije. Uspoređuje realne brojeve uz pomoć prikaza na brojevnom pravcu te različitih zapisa. Učinkovito koristi džepno računalo za računanje vrijednosti brojevnih izraza.
Sadržaj: Skupovi brojeva. Računske operacije u skupovima brojeva. Brojevni pravac. Intervali. Apsolutna vrijednost.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnih ishoda: Računske operacije ilustrirati primjerima iz struke, npr. odrediti ukupni otpor $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ paralelnog spoja otpornika od 2 Ω i 3 Ω.		
MAT SSŠ A.1.3. MAT SSŠ B.1.2. Primjenjuje potencije s cjelobrojnim eksponentima.	Primjenjuje pravila za zbrajanje, množenje, dijeljenje i potenciranje potencija. Računa vrijednosti brojevnih izraza s potencijama poštujući redoslijed računskih operacija. Prikazuje broj u znanstvenom zapisu. Upotrebljava potencije s cjelobrojnim eksponentima u rješavanju zadatka iz drugih područja (npr. fizike, kemije..).	Koristi pravila za računanje s potencijama za učinkovito računanje jednostavnih brojevnih izraza. Računa s potencijama uz pomoć džepnog računala. Primjenjuje potencije za prikaz broja u znanstvenome zapisu.
Sadržaj: Potencije s cjelobrojnim eksponentima. Računske operacije s potencijama. Znanstveni zapis broja.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnih ishoda: Pri računanju s potencijama ne treba inzistirati na složenim zadacima, već na razumijevanju i primjeni pravila. Koristiti stvarne podatke za prikaz broja u znanstvenom zapisu, npr. ako Sunce ima masu $1.99 \cdot 10^{30}$ kg, a Zemlja $5.97 \cdot 10^{24}$ kg, koliko je puta masa Sunca veća od mase Zemlje? Prefikse za male i velike brojeve povezati s mjernim jedinicama, npr. ako zrno peludi ima masu 5 ng, koliko ima zrna u 1 kg peludi?		

MAT SSŠ B.1.3. Računa s algebarskim izrazima i algebarskim razlomcima.	Provodi jednostavne operacije zbrajanja i množenja s algebarskim izrazima. Navodi formule za kvadrat i kub binoma te razliku kvadrata. Binome, trinome i polinome prikazuje u obliku umnoška. Krati, množi, dijeli i zbraja jednostavne algebarske razlomke.	Rastavlja algebarski izraz na faktore koristeći svojstvo distributivnosti, formule za kvadrat i kub binoma te razliku kvadrata. Kvadrira i kubira binom uz pomoć formula. Krati jednostavne algebarske razlomke.
Sadržaj: Algebarski izrazi. Formule za kvadrat i kub binoma, razliku kvadrata. Rastav na faktore. Algebarski razlomci. Prošireni sadržaji: Zbroj i razlika kubova.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnih ishoda: Pri računanju s algebarskim izrazima ne treba inzistirati na složenim zadacima, već na razumijevanju i primjeni pravila. Izlučivanje zajedničkog faktora, formule za kvadrat binoma i razliku kvadrata te skraćivanje jednostavnih algebarskih razlomaka dovesti do razine automatizacije.		
MAT SSŠ A.1.4. MAT SSŠ B.1.4. Primjenjuje proporcionalnost, postotke, linearne jednadžbe i sustave linearnih jednadžbi.	Primjenjuje postotni račun, omjere i proporcionalnost za obračun poreza, carine, promjene cijena, opise udjela i druge probleme iz života. Rješava linearne jednadžbe i sustave linearnih jednadžbi koristeći prikladnu metodu i/ili džepno računalo. Primjenjuje linearne jednadžbe na rješavanje problema iz struke i života. Odabire prikladnu metodu za rješavanje jednostavnih jednadžbi s apsolutnim vrijednostima. Prošireni sadržaji: Diskutira postojanje rješenja jednadžbi ovisno o parametru.	Pokazuje primjere primjene postotka, omjera i proporcionalnosti. Rješava jednostavne linearne jednadžbe i sustave linearnih jednadžbi. Rješava linearne jednadžbe i linearne sustave uz pomoć džepnog računala. Izražava jednu veličinu pomoću drugih primjenjujući svojstva jednakosti.
Sadržaj: Linearne jednadžbe. Proporcionalne veličine. Postotci. Problemi 1. stupnja. Sustav dviju linearnih jednadžbi s dvjema nepoznicama. Jednadžbe s apsolutnom vrijednošću.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnih ishoda: Za izražavanje veličina koristiti formule iz struke, npr. $\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$. Jednostavne jednadžbe s apsolutnom vrijednošću su jednadžbe oblika $ax + b = cx + d$. Ilustrirati primjerima iz struke, npr. ako u receptu za kolač piše da treba miješati 6 jaja s 150 g šećera, koliko je šećera potrebno ako se radi kolač od 9 jaja? Povezati s primjerima iz stvarnog života, npr. ako je nakon poskupljenja od 5 % cijena litre benzina iznosila 1.89 €, kolika je bila cijena prije poskupljenja?		
MAT SŠ B.1.5. Primjenjuje linearne nejednadžbe.	Rješava linearne nejednadžbe. Rješava sustave linearnih nejednadžbi. Zapisuje rješenja linearnih jednadžbi i sustava linearnih nejednadžbi pomoću intervala. Primjenjuje linearne nejednadžbe u jednostavnim problemskim situacijama. Prošireni sadržaji: Rješava jednostavnu nejednadžbu s apsolutnom vrijednosti.	Koristi džepno računalo u rješavanju linearnih nejednadžbi. Rješenja linearnih nejednadžbi zapisuje na različite načine – simbolima i grafički.
Sadržaj: Linearne nejednadžbe i sustavi linearnih nejednadžbi s jednom nepoznicom. Prošireni sadržaji: Nejednadžbe s apsolutnim vrijednostima.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnih ishoda: Nejednakosti povezati sa svakodnevnim govorom, npr. sutra će temperatura biti između 6 °C i 18 °C, smiješ potrošiti najviše 50 €...		
MAT SSŠ B.1.6. MAT SSŠ D.1.1. Primjenjuje linearnu funkciju.	Definira pojam funkcije. Opisuje linearnu funkciju zadanu na različite načine. Određuje koeficijente i funkciju iz zadanog grafičkog prikaza linearne funkcije. Iz zadanih elemenata (argumenta i vrijednosti, točke grafa, koeficijenta) određuje funkciju. Definira funkciju apsolutne vrijednosti. Crta graf funkcije apsolutne vrijednosti. U problemskim situacijama prepoznaje linearnu ovisnost.	Računa vrijednost linearne funkcije za zadani argument te računa argument za zadanu vrijednost funkcije. Za zadanu linearnu funkciju crta graf, određuje nultočku i interpretira koeficijente. Iz zadanih podataka linearnu ovisnost zapisuje kao linearnu funkciju.

Sadržaj: Linearna funkcija. Graf linearne funkcije. Funkcija apsolutna vrijednost. Graf funkcije apsolutno.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnih ishoda: Pojam funkcije ilustrirati Vennovim dijagramom, tablicom, grafom i formulom. Za zadani argument određivati vrijednost funkcije, i obratno iz zadane vrijednosti funkcije određivati argument za bilo koji način zadavanja funkcije. Linearnu ovisnost povezati sa strukom, npr. ako autolimar svoj rad naplaćuje 50 € i još 70 € za svaki započeti sat rada, zapišite funkciju koja opisuje koliko će naplatiti ako radi sati.		
MAT SSŠ C.1.1. MAT SSŠ D.1.2. Primjenjuje Talesov poučak o proporcionalnosti dužina i sličnost trokuta.	Opisuje karakteristične točke trokuta. Primjenjuje poučke o sukladnosti i sličnosti trokuta te Talesov poučak u rješavanju problema. Primjenjuje Heronovu formulu pri računanju površine trokuta. Rješava probleme rabeći Euklidov poučak o pravokutnom trokutu. Povezuje omjere duljina stranica i mjere kutova u pravokutnom trokutu. Računa vrijednosti trigonometrijskih omjera, duljine stranica te mjere šiljastih kutova u pravokutnom trokutu.	Ilustrira poučke o sukladnosti i sličnosti trokuta na primjerima. Navodi karakteristične točke trokuta na primjerima. Računa duljine dužina primjenjujući Talesov poučak. Bira prikladnu formulu za računanje površine trokuta. Zapisuje trigonometrijske omjere u pravokutnom trokutu.
Sadržaj: Sukladnost trokuta. Talesov poučak o proporcionalnosti dužina. Sličnost trokuta. Primjene sukladnosti i sličnosti. Euklidov poučak o pravokutnom trokutu. Trigonometrijski omjeri.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnih ishoda: Talesov poučak i trigonometrijske omjere povezati s primjerima iz stvarnog života, npr. mjerenje visine stabla pomoću sjene. Trigonometrijske omjere u pravokutnom trokutu samo definirati te određivati jedan nepoznat element pravokutnog trokuta, npr.		
		
MAT SSŠ E.1.1. Barata podatcima prikazanim na različite načine.	Prikazuje podatke tablično, stupčastim dijagramom, histogramom, linijskim dijagramom itd. Određuje srednje vrijednosti: mod, medijan, donji i gornji kvartil te standardnu devijaciju. Računa aritmetičku sredinu statističkih podataka prikazanih na različite načine.	Prikuplja, organizira i grafički prikazuje podatke. Određuje srednje vrijednosti. Interpretira aritmetičku sredinu statističkih podataka.
Sadržaj: Prikaz podataka. Mjere srednje vrijednosti.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnih ishoda: Koristiti stvarne podatke, npr. sa stranica Državnog zavoda za statistiku https://dzs.gov.hr/ ili Eurostata https://ec.europa.eu/eurostat. Naglasak staviti na interpretaciju mjera srednje vrijednosti.		
MAT SSŠ C.1. MAT SSŠ D.1. Računa s vektorima. IZBORNI ISHOD	Prepoznaje, opisuje i koristi elemente vektora. Računa s vektorima (zbraja, oduzima i množi ljestvicarom). Prikazuje vektore u ravnini i u koordinatnome sustavu te određuje duljinu vektora.	Opisuje i crta vektor. Određuje koordinate vektora zadanog točkama u koordinatnom sustavu. Računa duljinu vektora.
Sadržaj: Vektori. Operacije s vektorima. Vektori u koordinatnom sustavu.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnih ishoda: Preporuča se u 1. razredu ovaj ishod ostvariti u onim sektorima kojima su pojam i računanje s vektorima potrebni te ih povezati s primjerima iz struke.		



Slika 2. Struktura predmeta Matematika tijekom devete godine učenja i poučavanja

Matematika, 2. razred, razina 4.2., 8 CSVET-a

Matematika – na kraju 2. razreda četverogodišnje srednje strukovne škole učenik:		
Domene: A – Brojevi, B – Algebra i funkcije, C – Oblik i prostor, D – Mjerenje, E – Podatci, statistika i vjerojatnost		
odgojno-obrazovni ishodi	razrada ishoda	odgojno-obrazovni ishodi na razini usvojenosti »dobar« na kraju razreda
MAT SSŠ B.2.1. Rješava i primjenjuje kvadratnu jednadžbu.	Bira metodu i rješava kvadratne jednadžbe. Rješava jednadžbe koje se svode na kvadratnu jednadžbu. Faktorizira trinom. Primjenjuje kvadratnu jednadžbu u rješavanju problema.	Učinkovito rješava kvadratnu jednadžbu i provjerava točnost rješenja.
Sadržaj: Kvadratna jednadžba. Jednadžbe koje se svode na kvadratnu.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnih ishoda: Za kvadratne jednadžbe s negativnom diskriminantom obrazložiti da rješenja nisu realni brojevi. Uvodi se pojam imaginarne jedinice i rješenja zapisuju kao kompleksni brojevi. Kvadratnu jednadžbu povezati s primjerima iz stvarnog života npr. ako oko kuće dimenzija $10\text{ m} \times 12\text{ m}$ treba izgraditi trijem površine 75 m^2 koji je svuda jednake širine, kolika je njegova širina?		
MAT SSŠ A.2.1. MAT SSŠ B.2.2. Primjenjuje diskriminantu kvadratne jednadžbe i Viëteove formule.	Određuje diskriminantu kvadratne jednadžbe i argumentira prirodu rješenja. Primjenjuje diskriminantu. Primjenjuje Viëteove formule. Iz zadanih rješenja određuje kvadratnu jednadžbu.	Određuje diskriminantu kvadratne jednadžbe i argumentira prirodu rješenja. Iz zadanih rješenja određuje kvadratnu jednadžbu.
Sadržaj: Diskriminanta kvadratne jednadžbe. Viëteove formule.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnih ishoda: Ne treba inzistirati na složenim zadacima, već na razumijevanju pojma diskriminante i utjecaja na vrstu rješenja kvadratne jednadžbe. Viëteove formule primjenjivati u jednostavnim algebarskim zadacima te inzistirati na razumijevanju njihove primjene.		
MAT SSŠ B.2.3. MAT SSŠ C.2.1. Analizira funkciju i grafički prikaz funkcije.	Određuje funkcijsku vrijednost zadane funkcije. Grafički prikazuje funkcije $f(x) = \frac{1}{x}$, $f(x) = \sqrt{x}$ i $f(x) = x^2$. Domenu, kodomenu i sliku funkcije određuje na grafu ili računski. Objašnjava bijekciju. Skicira inverznu funkciju.	Grafički prikazuje funkcije $f(x) = \frac{1}{x}$, $f(x) = \sqrt{x}$ i $f(x) = x^2$. Na grafu funkcije određuje domen i sliku funkcije.

Sadržaj: Pojam funkcije. Grafički prikaz funkcije. Bijekcija. Inverzna funkcija.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnih ishoda: Za opis funkcije koristiti se Vennovim dijagramima, tabličnim prikazom, opisom, grafom, formulom. Ovisno o načinu zadavanja funkcije funkcijsku vrijednost određivati uvrštavanjem broja, čitanjem podataka iz tablice, dijagrama ili grafa. Koristiti Vennove dijagrame i grafički prikaz za prikaz primjera i kontraprimjera funkcije, injekcije, surjekcije i bijekcije. Grafički prikazati navedene funkcije $f(x) = \frac{1}{x}$, $f(x) = \sqrt{x}$ i $f(x) = x^2$, i tako da se odrede funkcijske vrijednosti za neke vrijednosti varijable x. Također, domenu funkcije »otkrivati« na isti način – određivanjem funkcijskih vrijednosti, moguće i uz korištenje džepnog računala. Inverznu funkciju objasniti preko Vennovih dijagrama. Koristiti grafove funkcija $f(x) = \sqrt{x}$ i $f(x) = x^2$ li kao ilustraciju simetrije grafova inverznih funkcija preko simetrale I. i III. kvadranta.		
MAT SSŠ B.2.4. MAT SSŠ C.2.2. Primjenjuje kvadratnu funkciju.	Određuje nul-točke, tjeme i tijek kvadratne funkcije. Određuje sjecište grafa s ordinatom i os simetrije grafa kvadratne funkcije. Crta graf kvadratne funkcije i obrnuto, određuje funkciju iz grafa. Objašnjava oblik kvadratne funkcije u ovisnosti o diskriminanti i vodećem koeficijentu. Rješava kvadratne nejednadžbe. Primjenjuje kvadratnu funkciju u rješavanju problema.	Crta graf kvadratne funkcije. Objašnjava oblik kvadratne funkcije u ovisnosti o diskriminanti i vodećem koeficijentu. Rješava jednostavne kvadratne nejednadžbe.
Sadržaj: Kvadratna funkcija. Graf kvadratne funkcije. Nul-točke i tjeme kvadratne funkcije. Kvadratne nejednadžbe.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnih ishoda: Inzistirati na obliku grafa kvadratne funkcije u zavisnosti od predznaka vodećeg koeficijenta i predznaka diskriminante. Povezati tjeme i predznak vodećeg koeficijenta kvadratne funkcije sa slikom funkcije. Kvadratnu ovisnost povezati sa strukom, npr. ako treba iz kvadratnog oblika napraviti ambalažu u obliku kutije bez poklopca, kolika mora biti visina te kutije da bi ona imala maksimalno oplošje?		
MAT SSŠ C.2.3. MAT SSŠ D.2.1. Primjenjuje krug i kružnicu.	Primjenjuje formule za opseg kružnice i površinu kruga u složenijim likovima. Primjenjuje poučak o obodnom i središnjem kutu. Primjenjuje poučak o svojstvu tangente na kružnicu. Primjenjuje formule za duljinu kružnog luka, površinu kružnog isječka i računa površinu kružnog odsječka. Povezuje duljinu kružnog luka s radijanskom mjerom kuta.	Primjenjuje poučak o svojstvu tangente na kružnicu. Računa duljinu kružnog luka i površinu kružnog isječka.
Sadržaj: Kružnica i krug. Kružni luk i kružni isječek. Poučak o obodnom i središnjem kutu. Radijanska mjera kuta.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnih ishoda: Kod formula za duljinu kružnog luka i površinu kružnog isječka inzistirati na razumijevanju izvoda pomoću proporcionalnosti i primjeni bez pamćenja formule napamet, npr. za središnji kut od 90° duljina kružnog luka jednaka je četvrtini opsega kružnice istoga polumjera.		
MAT SSŠ C.2.4. MAT SSŠ D.2.2. Primjenjuje trigonometrijske omjere.	Primjenjuje trigonometrijske omjere u rješavanju pravokutnog trokuta. Primjenjuje trigonometrijske omjere za rješavanje problema u planimetriji (jednakokračni trokut, pravokutnik, paralelogram, romb, trapez, pravilni mnogokut, deltoid). Primjenjuje trigonometrijske omjere u problemima iz struke i života.	Primjenjuje trigonometrijske omjere za određivanje nepoznatih veličina u pravokutnome trokutu, jednakokračnom trokutu i pravokutniku.
Sadržaj: Trigonometrijski omjeri. Primjena trigonometrijskih omjera u planimetriji.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnih ishoda: Povezati s primjerima iz struke i stvarnog života, npr. ako ljestve duljine 2.7 m postavljene uza zid dosežu visinu 2.1 m, koliku će visinu doseći ako se kut nagiba ljestvi prema zemlji poveća za 10°?		
MAT SSŠ C.2.5. MAT SSŠ D.2.3. Primjenjuje poučak o sinusima i poučak o kosinusu.	Primjenjuje poučak o sinusima, uočava mogućnost postojanja dvaju rješenja i nalazi ih. Primjenjuje poučak o kosinusu. Računa površinu proizvoljnog trokuta rabeći poučke. Primjenjuje poučke u planimetriji (paralelogram, trapez) i u problemima iz struke i života.	Bira i primjenjuje odgovarajući poučak za računanje elemenata trokuta i argumentira svoj izbor. Računa površinu trokuta.

Sadržaj:

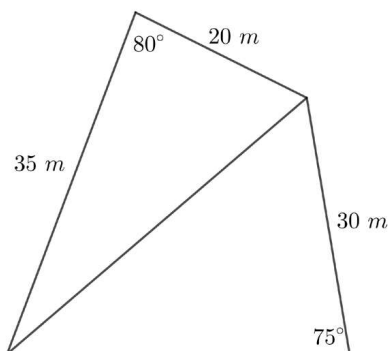
Poučak o sinusima. Poučak o kosinusu. Primjena u planimetriji.

Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnih ishoda:

Formule za poučak o sinusima i poučak o kosinusu izvesti i za šiljastokutni i za tupokutni trokut te na temelju tih izvoda definirati sinus i kosinus tupog kuta, tj. da je $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$ i $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$.

Povezati s primjerima iz struke, npr. ako na tijelo djeluju dvije sile iznosa 5 N i 8 N, a kut između njih je 36° , koliki je iznos rezultantne sile?

Povezati s primjerima iz stvarnog života, npr. kolika je površina zemljišta na slici?



Pomoću poučaka određivati nepoznate elemente trokuta (duljine polumjera opisane i upisane kružnice, duljine visina, težišnica...).

MAT SSŠ C.2.6.

MAT SSŠ D.2.4.

Analizira položaj pravaca i ravnina u prostoru i računa udaljenost.

Razlikuje točku, pravac i ravninu te analizira i objašnjava njihove međusobne položaje.

Određuje ortogonalnu projekciju geometrijskoga objekta na pravac ili na ravninu.

Računa udaljenost točaka do pravaca ili ravnina te udaljenost pravaca i ravnina.

Objašnjava međusobne položaje točaka, pravaca i ravnina.

Određuje ortogonalnu projekciju geometrijskoga objekta na pravac ili na ravninu.

Sadržaj:

Geometrija prostora. Ortogonalna projekcija i udaljenost.

Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnih ishoda:

Koristiti modele, skice i 3D prikaz geometrijskih tijela (npr. kocke, kvadra, piramide) za ilustraciju odnosa pravaca i/ili ravnina te ortogonalne projekcije i udaljenosti. Udaljenost računati koristeći elemente geometrijskih tijela i primjenjujući ranije stečena znanja (Pitagorin poučak, trigonometrijski omjeri...).

Ovaj ishod moguće je ostvariti u kombinaciji s idućim ishodom.

MAT SSŠ C.2.7.

MAT SSŠ D.2.5.

Računa volumen i oplošje geometrijskih tijela.

Prepoznaje i opisuje uspravnu prizmu, piramidu, valjak, stožac i kuglu.

Računa elemente (duljine bridova, visine, polumjer baze...), volumen i oplošje prizme, piramide, valjka, stošca, kugle te rotacijskih tijela.

Prošireni sadržaj:

Prepoznaje i opisuje Arhimedova tijela i Platonova tijela.

Računa elemente krnje piramide i krnjeg stošca.

Opisuje prizmu, piramidu, valjak, stožac i kuglu te računa volumen i oplošje prizme, valjka i kugle rabeći zadane elemente i obratno.

Sadržaj:

Prizma. Piramida. Valjak. Stožac. Kugla. Rotacijska tijela.

Prošireni sadržaj: Platonova tijela. Krnja piramida i krnji stožac.

Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnih ishoda:

Otkrivati formule za volumen prelijevajući vodu (ili presipavajući rižu, pijesak...) iz šuplje piramide/stošca u šuplju prizmu/valjak sukladnih baza i jednake visine.

Ne treba inzistirati na složenim zadacima, već na razumijevanju pojmova i formula uz primjenu na zadacima iz svakodnevnog života i struke.

Poticati osjećaj za prostorni zor kod učenika.

MAT SSŠ E.2.1.

Računa vjerojatnost.

Opisuje siguran i nemoguć događaj.

Određuje prostor elementarnih događaja.

Određuje vjerojatnost događaja primjenom klasične definicije vjerojatnosti.

Određuje geometrijsku vjerojatnost.

Određuje skup svih povoljnih i skup svih mogućih događaja te primjenjuje klasičnu definiciju vjerojatnosti.

Sadržaj:

Događaji i vjerojatnost događaja. Klasična definicija vjerojatnosti. Geometrijska vjerojatnost.

Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnih ishoda:

Naglasak staviti na određivanje skupa svih mogućih, odnosno povoljnih događaja te njihovo prebrojavanje. Koristiti samo one slučajne pokuse kod kojih je moguće izravno prebrojiti koliko elemenata ima prostor elementarnih događaja.

Vjerojatnost »barem jednom« povezati s vjerojatnošću »niti jednom«, npr. ako igraču kocku bacamo tri puta, vjerojatnost da broj 5 padne barem jednom jednaka je $1 - \text{vjerojatnost da broj 5 uopće ne padne}$.

Primjer zadatka:

Lokot za bicikl ima troznamenastu šifru. Jurica je zaboravio šifru, ali zna da su prve dvije znamenke međusobno jednake i različite od 0, a zadnja znamenka jednaka je 0. Kolika je vjerojatnost da će Jurica otvoriti lokot ako nasumce odabere jednu šifru?

MAT SSŠ A.2. Izvodi računske operacije s kompleksnim brojevima i prikazuje ih u Gaussovoj ravnini. IZBORNI ISHOD	Prikazuje kompleksni broj u algebarskom obliku i u Gaussovoj ravnini. Zbraja, oduzima, množi i dijeli kompleksne brojeve. Određuje konjugirano kompleksni broj i modul kompleksnoga broja. Prošireni sadržaj: Prikazuje kompleksni broj u trigonometrijskom obliku i u Gaussovoj ravnini.	Prikazuje kompleksni broj u algebarskom obliku i u Gaussovoj ravnini. Zbraja, oduzima i množi kompleksne brojeve.
--	---	--

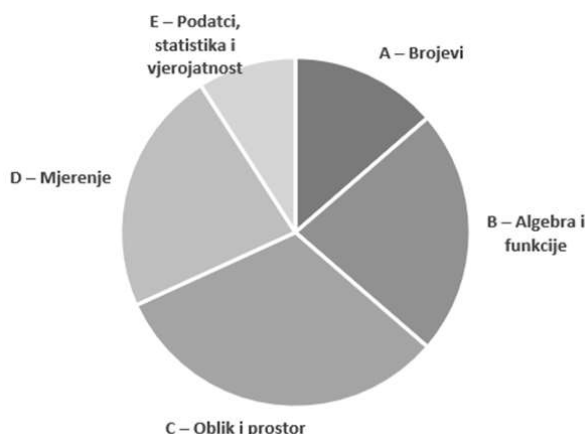
Sadržaj:

Skup kompleksnih brojeva. Računske operacije s kompleksnim brojevima. Gaussova ravnina.

Prošireni sadržaj: Trigonometrijski oblik kompleksnoga broja.

Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnih ishoda:

Prošireni sadržaj preporuča se ako je za razumijevanje struke potreban i trigonometrijski oblik kompleksnoga broja (npr. u sektoru elektrotehnike i računalstva). U tome slučaju sadržaje i primjere zadataka povezati sa strukom, npr. u analizi strujnih krugova izmjenične struje.



Slika 3. Struktura predmeta Matematike tijekom desete godine učenja i poučavanja

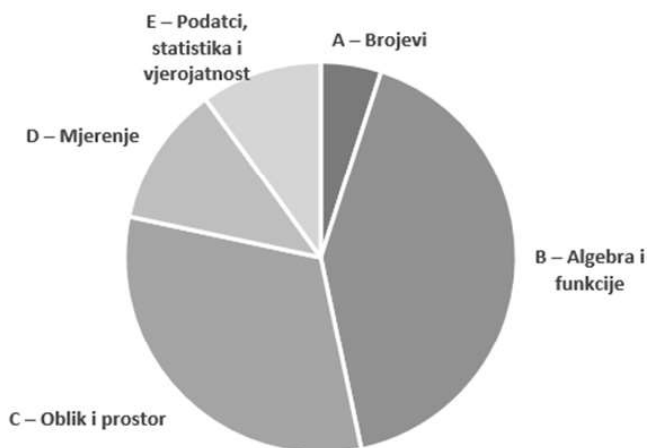
Matematika, 3. razred, razina 4.2., 6 CSVET-a

Matematika – na kraju 3. razreda četverogodišnje srednje strukovne škole učenik:		
Domene: A – Brojevi, B – Algebra i funkcije, C – Oblik i prostor, D – Mjerenje, E – Podatci, statistika i vjerojatnost		
odgojno-obrazovni ishodi	razrada ishoda	odgojno-obrazovni ishodi na razini usvojenosti »dobar« na kraju razreda
MAT SSŠ A.3.1. MAT SSŠ B.3.1. Primjenjuje pravila za računanje s korijenima i potencijama racionalnoga eksponenta.	Računa s izrazima s drugim i trećim korijenom poštujući redoslijed računskih operacija. Djelomično korjenjuje izraz. Racionalizira nazivnik razlomka. Prelazi iz prikaza potencije racionalnoga eksponenta u prikaz korijenom i obratno. Računa vrijednost korijena i potencija racionalnoga eksponenta. Računa s potencijama racionalnoga eksponenta i primjenjuje ih u zadacima iz struke i života.	Izvodi računske operacije s drugim i trećim korijenom. Prelazi iz prikaza potencije racionalnog eksponenta u prikaz korijenom i obratno. Računa vrijednost korijena i potencija racionalnog eksponenta.
Sadržaj: Korijeni. Potencije racionalnog eksponenta.		

Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnih ishoda: Računanje s izrazima s drugim i trećim korijenom obuhvaća zbrajanje, oduzimanje, množenje, dijeljenje, potenciranje te kvadriranje binoma s korijenima. Pri računanju vrijednosti korijena i potencija racionalnoga eksponenta voditi računa o svrhovitoj uporabi džepnoga računala (tj. voditi brigu kad je džepno računalo doista potrebno, a kada se treba bez njega).		
MAT SSŠ B.3.2. MAT SSŠ C.3.1. Analizira svojstva i crta graf eksponencijalne i logaritamske funkcije.	Prelazi iz eksponencijalnog u logaritamski oblik i obratno. Crta graf funkcija $f(x) = a^x$, $f(x) = b \cdot a^x$, $f(x) = \log_a x$. Određuje svojstva eksponencijalne i svojstva logaritamske funkcije. Računa vrijednost logaritma. Navodi i primjenjuje pravila za računanje logaritma umnoška, količnika i potencije. Prošireni sadržaj: Računa prirodni logaritam.	Prelazi iz eksponencijalnog u logaritamski oblik i obratno. Grafički prikazuje eksponencijalnu i logaritamsku funkciju.
Sadržaj: Eksponencijalna funkcija. Graf i svojstva eksponencijalne funkcije. Logaritamska funkcija. Graf i svojstva logaritamske funkcije. Prošireni sadržaj: Prirodni logaritam.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnih ishoda: Određivanje svojstava eksponencijalne i logaritamske funkcije odnosi se na domen, kodomen, sliku, rast i pad te inverznu funkciju. Navedeno otkrivati pomoću grafova funkcija. Kod pravila za računanje logaritma umnoška, količnika i potencije ne inzistirati na složenim zadacima, već na razumijevanju formula i njihovoj svrhovitoj upotrebi.		
MAT SSŠ B.3.3. Primjenjuje eksponencijalne i logaritamske jednadžbe te eksponencijalnu i logaritamsku funkciju.	Rješava jednostavne eksponencijalne i logaritamske jednadžbe. Primjenjuje eksponencijalnu i logaritamsku funkciju za rješavanje problema iz života i struke. Modelira problemsku situaciju, određuje i provjerava rješenja te im utvrđuje smislenost. Prošireni sadržaj: Rješava jednostavne eksponencijalne i logaritamske nejednadžbe.	Rješava eksponencijalne i logaritamske jednadžbe izravnom primjenom definicije. U problemu opisanome eksponencijalnom ili logaritamskom funkcijom računa vrijednost funkcije i obratno, vrijednost argumenta.
Sadržaj: Eksponencijalne jednadžbe. Logaritamske jednadžbe. Primjena eksponencijalne i logaritamske funkcije.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnih ishoda: Ovdje se jednostavnim eksponencijalnim jednadžbama smatraju one koje se rješavaju izravnom primjenom definicije, one koje se primjenom osnovnih svojstava potencija svode na istu bazu i one koje se svode na linearnu ili kvadratnu jednadžbu. Jednostavnim logaritamskim jednadžbama smatraju se one koje se rješavaju izravnom primjenom definicije logaritma i one koje se primjenom pravila za računanje umnoška, kvocijenta i potencije svode na prethodne. Povezati s primjerima iz stvarnog života ili struke. Slijede dva primjera koja ilustriraju razliku između primjene funkcije i modeliranja funkcijom. Primjer zadatka primjene eksponencijalne funkcije: Rast šume procjenjuje se po formuli $f(x) = 15000 \cdot 2^{0,035x}$ gdje je x vrijeme u godinama proteklih od 2020. godine, a $f(x)$ procijenjena količina drva u šumi izražena u metrima kubnim. a) Koliko će, prema toj procjeni uz uvjet da nema sječe, biti drva u šumi 2030. godine? b) Koje će godine količina drva u šumi narasti na više od 20 000 metara kubičnih? Primjer zadatka modeliranja eksponencijalnom funkcijom: Odredite formulu eksponencijalne funkcije kojom ćete izračunati vrijednost kojom raspolazete nakon godina uz kamatnu stopu od 3 % i početni ulog od 8 000 €. Ukamačivanje je složeno i godišnje. Uz pomoć dobivene formule odredite: a) iznos kojim ćete raspolagati nakon 5 godina b) nakon koliko godina ćete raspolagati iznosom od 10 000 €?		
MAT SSŠ B.3.4. MAT SSŠ C.3.2. Primjenjuje svojstva i analizira grafove trigonometrijskih funkcija.	Iskazuje definicije trigonometrijskih funkcija realnog broja na brojevnoj kružnici. Primjenjuje svojstva za računanje vrijednosti trigonometrijskih funkcija. Koristi se džepnim računalom. Primjenjuje osnovne trigonometrijske identitete. Grafički prikazuje trigonometrijske funkcije. Prošireni sadržaji: Primjenjuje adicijske formule.	Primjenom definicija i svojstava određuje vrijednost trigonometrijske funkcije realnoga broja. Određuje svojstva trigonometrijskih funkcija $f(x) = \text{Asin}(bx)$ i $f(x) = \text{Acos}(bx)$.

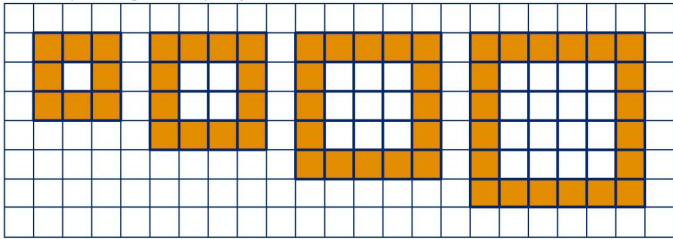
Sadržaj: Definicija trigonometrijskih funkcija. Svojstva trigonometrijskih funkcija. Trigonometrijski identiteti. Grafovi trigonometrijskih funkcija. Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnih ishoda: Poticati korištenje brojevnice za prikazivanje i određivanje vrijednosti trigonometrijskih funkcija realnih brojeva $0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \pi$ i njihovih višekratnika. Razlikovati korištenje stupnjeva i radijana na džepnom računalu. Svojstva parnosti/neparnosti i periodičnosti koristiti pri računanju vrijednosti trig funkcija, npr. $\sin(-\frac{20\pi}{3}), \operatorname{tg}(\frac{25\pi}{4}).$ Osnovni trigonometrijski identiteti koji su obuhvaćeni ovim ishodom su $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, $\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}, \operatorname{ctg} x = \frac{1}{\operatorname{tg} x}.$ Grafički prikaz trigonometrijskih funkcija odnosi se na funkcije oblika $f(x) = A \sin(bx + c) + d$, $f(x) = A \cos(bx + c) + d$, $f(x) = \operatorname{tg} x$ i $f(x) = \operatorname{ctg} x$.		
MAT SSŠ B.3.5. MAT SSŠ C.3.3. Primjenjuje trigonometrijske jednačbe i trigonometrijske funkcije.	Osnovne trigonometrijske jednačbe rješava na brojevnoj kružnici ili pomoću grafa funkcije. Analizira probleme opisane trigonometrijskom funkcijom. Primjenjuje trigonometrijske funkcije i trigonometrijske jednačbe za rješavanje problema iz života i struke.	Rješava trigonometrijske jednačbe oblika $A \sin(bx + c) + d = 0$, $A \cos(bx + c) + d = 0$ U problemu opisanom trigonometrijskom funkcijom računa vrijednost funkcije i obratno, vrijednost argumenta.
Sadržaj: Trigonometrijske jednačbe. Primjena trigonometrijskih funkcija. Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnih ishoda: Ovdje se jednostavnim trigonometrijskim jednačbama smatraju one koje se rješavaju izravnom primjenom definicije, npr. $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, $2 \cos(2x + \frac{4\pi}{3}) - 1 = 0$ i one koje se svode na kvadratne, npr. $2 \sin^2 x - \sin x - 1 = 0$. Primjer problemskog zadatka: Elongacija (udaljenost od položaja ravnoteže) utega koji titra na elastičnom peru opisana je funkcijom $s(t) = 0.2 \sin(\frac{\pi}{12}t - \frac{7\pi}{6})$, gdje je t vrijeme izraženo u sekundama, a s udaljenost od položaja ravnoteže izražena u metrima. Koliko je uteg udaljen od položaja ravnoteže nakon 5 s? Kad će prvi put uteg biti udaljen 12 cm od položaja ravnoteže?		
MAT SSŠ C.3.4. MAT SSŠ D.3.1. Računa s vektorima.	Prepoznaje, opisuje i koristi elemente vektora, prikazuje ih u ravnini i u koordinatnome sustavu. Računa s vektorima (zbiraj, oduzima i množi vektor ljestvicarom). Primjenjuje koordinatni zapis vektora i određuje duljinu vektora. Računa ljestvicarni umnožak vektora i primjenjuje ga za određivanje uvjeta okomitosti vektora te kut između vektora. Primjenjuje svojstva vektora u problemskim zadacima. Prošireni sadržaj: Rastavlja vektore koristeći se linearnom kombinacijom vektora (računski ili grafički).	Prikazuje vektor u ravnini i u koordinatnome sustavu. Računa s vektorima (zbiraj, oduzima i množi ljestvicarom) prikazanim na razne načine. Primjenjuje koordinatni zapis vektora i određuje duljinu vektora.
Sadržaj: Pojam vektora. Računske operacije s vektorima. Duljina vektora. Ljestvicarni umnožak vektora. Prošireni sadržaj: Linearna kombinacija vektora Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnih ishoda Dio ovoga ishoda učenici su mogli ostvariti u 1. razredu. U tome slučaju dovoljno je ukratko ponoviti usvojene sadržaje te nastaviti s ljestvicarnim umnožkom vektora i ishodima koji slijede.		
MAT SSŠ B.3.6. MAT SSŠ C.3.5. MAT SSŠ D.3.2. Primjenjuje jednačbu pravca.	Prepoznaje, opisuje i crta pravac u koordinatnome sustavu iz njegove jednačbe. Određuje jednačbu pravca iz grafičkog prikaza ili zadanih parametara. Računa mjeru kuta pravca s pozitivnim dijelom apscise i povezuje ga s koeficijentom smjera. Crta pravce i određuje jednačbe pravaca paralelnih s koordinatnim osima. Računa mjeru kuta između dvaju pravaca te primjenjuje paralelnost i okomitost pravaca. Računa udaljenost točke od pravca. Prošireni sadržaj: Primjenjuje pravac regresije.	Grafički prikazuje pravac zadan različitim oblicima jednačbe pravca. Interpretira značenje koeficijenata u jednačbi pravca. Određuje jednačbu pravca iz grafičkog prikaza ili zadanih parametara.

Sadržaj: Jednadžba pravca. Kut između pravaca. Paralelnost i okomitost pravaca. Udaljenost točke od pravca.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnih ishoda: Oblici jednadžbi pravaca koje obuhvaća ovaj ishod su implicitni, eksplicitni i segmentni. Poticati učenike da razlikuju i odabiru oblik koji najbolje odgovara opisanom problemu, npr. za određivanje duljine odsjeka pravca između koordinatnih osi rabiti segmentni oblik.		
MAT SSŠ B.3.7. MAT SSŠ C.3.6. MAT SSŠ D.3.3. Primjenjuje jednadžbu kružnice.	Prepoznaje jednadžbu kružnice, iz nje pronalazi duljinu polumjera i koordinate središta kružnice te je skicira. Iz grafičkog prikaza pronalazi jednadžbu kružnice. Određuje grafički ili računski jednadžbu kružnice u posebnom položaju. Iz općeg oblika jednadžbe kružnice određuje središte i polumjer kružnice. Ispituje međusobni položaj pravca i kružnice. Prošireni sadržaj: Određuje tangentu na kružnicu.	Iz jednadžbe kružnice i grafičkog prikaza određuje elemente kružnice. Iz zadanih uvjeta (središte, polumjer, točka na kružnici) određuje jednadžbu kružnice.
Sadržaj: Jednadžba kružnice. Međusobni položaj pravca i kružnice. Prošireni sadržaj: Tangenta na kružnicu.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnih ishoda: Jednadžba kružnice u posebnom položaju odnosi se na kružnicu koja dodiruje jednu ili obje koordinatne osi i na jednadžbu kružnice koja je koncentrična zadanoj.		
MAT SSŠ E.3.1. Bira strategiju i rješava problem rabeći kombinatoriku.	Prepoznaje i opisuje osnovne principe prebrojavanja, permutacije, kombinacije i varijacije. Objašnjava i računa permutacije, kombinacije i varijacije. Ilustrira i rješava problem rabeći kombinatoriku. Prošireni sadržaj: Primjenjuje binomnu formulu.	Rješava probleme rabeći permutacije te kombinacije i varijacije bez ponavljanja.
Sadržaj: Osnovni princip prebrojavanja. Permutacije. Kombinacije. Varijacije.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnih ishoda: Kombinatorno uvesti oznake za faktorijele i binomne koeficijente. Permutacije, kombinacije i varijacije s ponavljanjem ilustrirati primjerima. Ne treba inzistirati na formulama za iste, nego na razumijevanju principa rješavanja.		
MAT SSŠ B.3. MAT SSŠ C.3. Primjenjuje jednadžbe elipse, hiperbole i parabole. IZBORNI ISHOD	Prepoznaje jednadžbu elipse, hiperbole i parabole i iz nje pronalazi nepoznate elemente krivulje i obratno. Iz grafičkoga prikaza ili zadanih uvjeta pronalazi jednadžbu elipse, hiperbole i parabole. Prošireni sadržaji: Konstruira elipsu, hiperbolu i parabolu.	Opisuje i skicira elipsu, hiperbolu i parabolu. Iz zadanih elemenata određuje jednadžbu elipse, hiperbole i parabole.
Sadržaj: Elipsa. Hiperbola. Parabola.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnih ishoda: Iako je ovo izborni ishod, preporuča se ostvariti ga barem na informativnoj razini.		



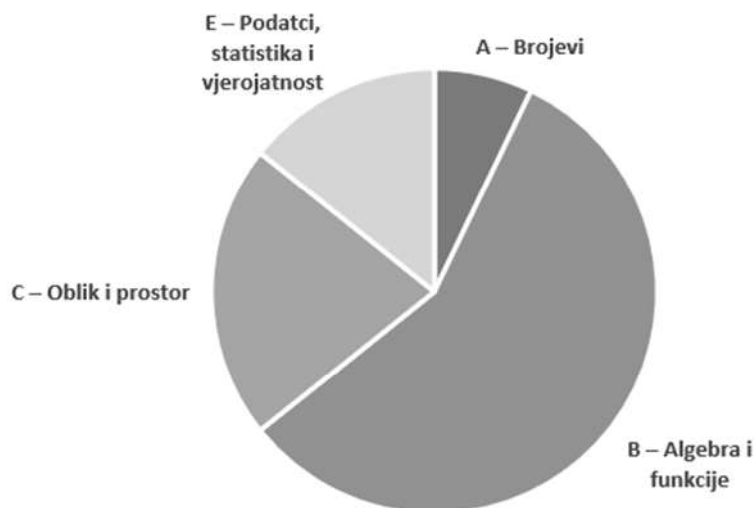
Slika 4. Struktura predmeta Matematika tijekom jedanaeste godine učenja i poučavanja

Matematika, 4. razred, razina 4.2., 6 CSVET-a

Matematika – na kraju 4. razreda četverogodišnje srednje strukovne škole učenik:		
Domene: A – Brojevi, B – Algebra i funkcije, C – Oblik i prostor, D – Mjerenje, E – Podatci, statistika i vjerojatnost		
odgojno-obrazovni ishodi	razrada ishoda	odgojno-obrazovni ishodi na razini usvojenosti »dobar« na kraju razreda
MAT SSŠ A.4.1. MAT SSŠ C.4.1. Računa s kompleksnim brojevima i prikazuje ih u kompleksnoj ravnini.	Objasni potrebu proširenja skupova brojeva. Zapisuje kompleksni broj u algebarskom i trigonometrijskom obliku. Zbraja, oduzima, množi i potencira kompleksne brojeve u odgovarajućem obliku. Prikazuje kompleksni broj u Gaussovoj ravnini. Rješenja jednostavnih jednadžbi i nejednadžbi grafički prikazuje u Gaussovoj ravnini. Prošireni sadržaj: Korjenjuje kompleksne brojeve.	Zbraja, oduzima i množi kompleksne brojeve u algebarskom obliku ili u trigonometrijskom obliku. Povezuje trigonometrijski oblik kompleksnog broja s prikazom u Gaussovoj ravnini. Uočava vezu modula kompleksnog broja i konjugirano kompleksnog broja s njegovim prikazom u Gaussovoj ravnini.
Sadržaj: Skupovi brojeva. Skup kompleksnih brojeva. Gaussova ravnina. Računske operacije s kompleksnim brojevima. Trigonometrijski oblik kompleksnoga broja. De Moivreova formula. Prošireni sadržaj: Korijen kompleksnog broja.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnih ishoda: Povezati algebarski i trigonometrijski oblik s grafičkim prikazom u Gaussovoj ravnini. Koristiti džepno računalo za izvođenje računskih operacija gdje je to moguće. Jednadžbe trebaju biti jednostavne kao na primjer: $ z = 3$, $\operatorname{Re}(z) = 2$.		
MAT SSŠ B.4.1. Primjenjuje aritmetički i geometrijski niz.	Opisuje aritmetički i geometrijski niz. Povezuje opći član niza s aritmetičkom i geometrijskom sredinom. Računa zbroj prvih n članova niza. Rješava probleme iz svakodnevnoga života primjenom aritmetičkoga i geometrijskog niza, npr. složeni kamatni račun. Prošireni sadržaj: Primjenjuje geometrijski red.	Određuje član niza zadan opisno, rekursivno ili formulom za opći član. Razlikuje aritmetički i geometrijski niz.
Sadržaj: Aritmetički i geometrijski niz. Opći član i zbroj prvih n članova niza. Složeni kamatni račun. Prošireni sadržaj: Geometrijski red.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnih ishoda: Uvesti pojam niza uz pomoć grafičkih primjera:		
		
Problemi iz svakodnevnoga života trebaju biti realni i otvorenog tipa. Preporuča se da učenici preko istraživačkog zadatka primijene aritmetički ili geometrijski niz npr. postupno uvođenje većeg broja prijedanih kilometara u rekreativnoj vožnji biciklom u cilju poboljšanja kondicije. Složeni kamatni račun povezati s pojmovima štednje i kredita uz korištenje dostupnih kreditnih i štednih kalkulatora banaka.		
MAT SSŠ B.4.2. Računa limes niza.	Opisuje pojam limesa. Uočava rast ili pad članova niza i postojanje granice, tj. konvergentnost ili divergentnost. Određuje limes niza. Prošireni sadržaj: Primjenjuje neprekidno ukamačivanje.	Opisuje pojam monotonosti i omeđenosti niza. Određuje limes jednostavnih nizova.

Sadržaj: Monotonost i omeđenost niza. Limes niza. Prošireni sadržaji: Neprekidno ukamaćivanje. Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnih ishoda: Pojam limesa uvesti na primjerima, prikazati niz i njegov limes na brojevnom pravcu/koordinatnom sustavu. Grafički interpretirati konvergentne i divergentne nizove. Pod jednostavnim nizovima smatraju se oni kojima je formula za opći član racionalnog tipa, npr. $a_n = \frac{n^2+3}{5-4n-n^2}$ ili $a_n = \frac{2^n+3^n}{2^n-3^n}$		
MAT SSŠ B.4.3. MAT SSŠ C.4.2. Analizira svojstva funkcija.	Računa funkcijsku vrijednost polinomne, racionalne i iracionalne funkcije te objašnjava pojam funkcije. Navodi svojstva elementarnih funkcija. Na grafu elementarnih funkcija određuje domenu, kodomenu, sliku funkcije i objašnjava bijekciju. Računski određuje domenu elementarnih funkcija. Prošireni sadržaji: Računa kompoziciju funkcija. Određuje inverznu funkciju računski.	Grafički prikazuje funkcije te na grafičkom prikazu određuje domen, kodomenu i sliku funkcije. Prepoznaje bijekciju između skupova prikazanih Vennovim dijagramima. Određuje svojstva funkcije zadane pravilom pridruživanja ili grafom.
Sadržaj: Elementarne funkcije. Svojstva funkcija. Graf funkcije. Bijekcija. Prošireni sadržaji: Kompozicija funkcija. Inverzna funkcija. Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnih ishoda: Iz grafova elementarnih funkcija odrediti funkciju (formulu, zapis funkcije) i svojstva funkcija – domen, kodomenu, sliku, parnost/neparnost, periodičnost, monotonost i ograničenost. Preporuča se napraviti sistematizaciju elementarnih funkcija, njihovih grafova i svojstava uz pomoć konceptualne mape.		
MAT SSŠ B.4.4. Tumači značenje limesa funkcije u točki.	Grafom prikazuje funkciju koja je neprekidna odnosno koja nije. Objašnjava pojam limes funkcije. Određuje limes funkcije.	Određuje limes jednostavne funkcije Navodi primjere neprekidnih funkcija i onih koje nisu neprekidne.
Sadržaj: Limes funkcije. Neprekidne funkcije. Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnih ishoda: Uvesti pojam limes funkcije na primjerima npr. raste li drvo u visinu, hoće li rasti u beskonačnost? Koristiti grafički prikaz za razumijevanje pojma limesa. Povezati postojanje limesa funkcije s pojmom neprekidne funkcije. Izračunati limes funkcije u beskonačnosti i u točki za jednostavnije funkcije primjerice: $\frac{1}{x-3}, \frac{1}{x}, a^x, \frac{x^2-4}{x-2}$.		
MAT SSŠ B.4.5. MAT SSŠ C.4.3. Primjenjuje derivaciju funkcije.	Povezuje problem tangente i brzine s pojmom derivacije. Izvodi derivaciju po definiciji za jednostavne funkcije (linearnu, kvadratnu). Navodi pravila deriviranja zbroja, umnoška i količnika. Rješava problemske zadatke rabeći derivaciju. Određuje stacionarne točke, intervale pada i rasta funkcije, ispituje postojanje ekstrema za polinome i racionalne funkcije. Crta graf polinoma i racionalnih funkcija.	Računa derivacije jednostavnih funkcija primjenjujući pravila. Određuje tangentu na graf jednostavne funkcije. Skicira graf jednostavnih polinomnih ili racionalnih funkcija temeljem svojstava određenih pomoću derivacije funkcije.
Sadržaj: Problem tangente i brzine. Definicija derivacije funkcije. Pravila deriviranja. Tangenta na graf funkcije. Primjena derivacije na ekstreme. Primjena derivacije na crtanje grafa funkcije. Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnih ishoda: Derivaciju funkcije uvesti na problemu tangente i brzine uz pomoć programa dinamičke geometrije. Izvesti derivacije jednostavnijih funkcija po definiciji. Kad god je moguće, povezati pojmove prirast varijable i funkcije te limesa s primjerima: Ako funkcijom f procjenjujemo broj oboljelih od npr. vodenih kozica u vrtiću x dana nakon pojave prvog slučaja, što nam govori podatak f'? Na različitim primjerima vježbati upotrebu pravila deriviranja za zbroj, umnožak i količnik. Primijeniti derivaciju funkcije za određivanje intervala rasta i pada, stacionarne točke i ekstreme te tijeka funkcije uz crtanje grafa funkcije u zadacima s polinomima najviše 4. stupnja i racionalne funkcije (polinomi najviše 2. stupnja u brojniku i nazivniku). Primijeniti derivaciju u rješavanju problema npr. minimuma ili maksimuma, optimizacije, dimenzije i obujma...		

MAT SSŠ E.4.1. Primjenjuje vjerojatnost.	Povezuje i prikazuje presjek, uniju i suprotni događaj pomoću skupova i operacija te Vennovim dijagramom. Računa vjerojatnost primjenjujući klasičnu definiciju vjerojatnosti. Crta vjerojatnosno stablo. Opisuje i računa vjerojatnost složenih događaja. Razlikuje zavisne i nezavisne događaje. Prošireni sadržaji: Računa uvjetnu vjerojatnost.	Računa vjerojatnost jednostavnih događaja primjenjujući klasičnu definiciju vjerojatnosti. Primjenjuje vjerojatnosno stablo za računanje vjerojatnosti.
Sadržaj: Događaji. Vjerojatnost. Vjerojatnosno stablo. Vjerojatnost složenih događaja. Zavisni i nezavisni događaji. Prošireni sadržaji: Uvjetna vjerojatnost.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnih ishoda: Provoditi jednostavne pokuse, primjerice bacanje kocke ili novčića. Uniju, presjek, razliku i komplement događaja ilustrirati Vennovim dijagramom. Koristiti vjerojatnosno stablo za određivanje vjerojatnosti. Složene te zavisne i nezavisne događaje ilustrirati primjerima: U posudi A nalaze se 4 bijele i 5 plavih kuglica, u posudi B nalaze se 2 bijele i 4 plave kuglice. Hoćemo li izvući kuglicu iz posude A ili posude B odlučujemo bacajući kocku. Ako je broj paran izvlačimo iz posude A, a ako je neparan iz posude B. Kolika je vjerojatnost da ćemo izvući bijelu kuglicu? Jesu li događaji bacanja kocke i izvlačenja kuglice zavisni ili ne?		



Slika 5. Struktura predmeta Matematike tijekom dvanaeste godine učenja i poučavanja

E. POVEZANOST S DRUGIM PREDMETIMA I MEĐUPREDMETNIM TEMAMA

Planiranjem i povezivanjem matematike s drugim područjima kurikula, međupredmetnim temama i sadržajima ostalih predmeta, a posebice strukovnim modulima te njihovom cjelovitom primjenom u profesionalnoj i privatnoj sferi života poučavanje i učenje matematike u potpunosti zaokružuje svoju svrhu.

Matematika se poučava i uči na primjerima i problemima koji se javljaju u svijetu koji nas okružuje te u drugim znanostima, baš kao što se i većina matematičkih koncepata izgradila s potrebom rješavanja životnih problema. Koristeći se dostignućima tehnologije, matematika osigurava alate za opisivanje i analizu ideja u svim područjima ljudskih djelatnosti. Upravo je ta njezina sveobuhvatnost pokretačka snaga mnogih učenikovih aktivnosti pri učenju i primjeni matematike.

U srednjim strukovnim školama matematička znanja i vještine te znanja i vještine iz područja struke međusobno se prožimaju i nadopunjuju. Matematika je osnova za razumijevanje pojava i procesa iz područja struke, ona potiče razvoj analitičkog razmišljanja te kritičkog i kreativnog mišljenja potrebnih za razumijevanje i rješavanje složenih problema iz struke ili života. Isto tako, pri poučavanju i učenju matematike u strukovnim se školama koriste primjeri iz struke kad god je to moguće čime se stvaraju još jače veze matematičkih i strukovnih kompetencija. Primjenom matematičkih i jezično-komunikacijskih vještina učenici jasno i kreativno izražavaju svoje ideje, razvijaju komunikacijske vještine prilagođene različitim situacijama, ali i medijsku pismenost.

U prirodoslovnome području, istražujući različite pojave i procese te provodeći eksperimente, učenici izvode formule i mjerenja pri čemu rabe matematičko rasuđivanje, komuniciraju matematičkim jezikom te primjenjuju matematičko argumentiranje i dokazivanje. Sve to povezuju i prikazuju u tehničko-informatičkome području provodeći različite izračune i obrade podataka.

Pri proučavanju raznih društvenih, geografskih i povijesnih pojava, procesa i struktura, učenici komuniciraju koristeći se različitim prikazima, provode istraživanja i analize, tumače statističke i druge podatke iz raznih izvora što pridonosi njihovu kritičkomu razmišljanju te mišljenju, razumijevanju i predviđanju društvenih promjena. Razvijanjem prostornoga mišljenja i vizualizacije učenici razumijevaju svijet i prostor u kojemu žive što pridonosi njihovoj koordinaciji te umjetničkomu izražavanju.

Provedbom različitih projekata o zdravlju, sportu, okolišu, poduzetništvu i drugim temama, učenici primjenjuju matematička znanja, vještine i sposobnosti. To pridonosi razvoju njihovih socijalnih vještina, kulture i osobnosti te otkrivanju njihove uloge u razredu, skupini, društvu. Na taj se način matematika prožima sa stvarnim životom, potiču se znatiželja i pozitivan stav prema učenju i dubljemu povezivanju obrazovnih spoznaja i prirode svijeta.

Snažna i neraskidiva veza matematike s drugim područjima, međupredmetnim temama, predmetima kurikula i strukovnim modulima pridonosi izgradnji temeljnih kompetencija samosvjesne osobe koja će primjenjivati matematička znanja i vještine u različitim domenama svojega života. Na taj će način svaka osoba posjedovati čitalačku, matematičku, medijsku, prirodoslovnu, digitalnu i financijsku pismenost kao važne segmente za snalaženje u suvremenome svijetu.

F. UČENJE I POUČAVANJE PREDMETA

Učenje matematike učenicima pruža znanja i kompetencije potrebne za život, uključivanje u svijet rada, nastavak obrazovanja te cjeloživotno učenje. Uz matematičke koncepte koje učenik upoznaje i razvija, on razvija i matematičke procese kao što su rješavanje problema, samostalno zaključivanje, logičko mišljenje, argumentiranje, komuniciranje matematičkim jezikom, uporabu različitih prikaza, povezivanje matematike s osobnim iskustvima te učinkovitu primjenu tehnologije.

Zahtjevi suvremenoga života ističu rješavanje problema kao važnu vještinu koju poučavanjem i učenjem matematike treba razvijati. Ne znamo što nas u budućnosti očekuje, ali oni koji imaju razvijenu kompetenciju rješavanja problema, imat će puno više prilika za uspjeh. Težište suvremene nastave pomiče se s rješavanja zadataka u kojima se traži primjena već utvrđenoga postupka na razvoj vještina i sposobnost njihove primjene u nepoznatim situacijama. Poželjno je odabirati i zadatke otvorenoga tipa u kojima je naglasak na procesu rješavanja problema i raspravi, koji od učenika traže predviđanje, promišljanje, zaključivanje, kreativnost i samostalnost, a jedno ili više rješenja moguće je dobiti koristeći se različitim ispravnim strategijama. Tako razvijenu vještinu pristupanju i rješavanju problema učenici mogu u budućnosti primijeniti i izvan školskih okvira, u svojem privatnom i profesionalnom okružju.

U srednjim strukovnim školama većina matematičkih koncepata visoke je razine apstrakcije i nije ih moguće savladati bez dubljeg razumijevanja i bez uključivanja procesa logičkoga mišljenja, a njihova primjena na različite situacije iz okružja struke uvelike će olakšati proces poučavanja i učenja.

Matematička komunikacija razvija se u situacijama u kojima se učenici verbalno izražavaju, posebno tijekom razrednih rasprava. Učenici slušaju jedni druge, izražavaju se matematičkim jezikom, postavljaju pitanja, usmjeravaju se na bitne stvari i nude argumente te time razvijaju vještinu komuniciranja koja omogućuje razumijevanje, razmjenjivanje ideja, strategija i rješenja. Važno je od učenika zahtijevati obrazloženje odgovora na pitanja kao što su: Zašto?, Je li to uvijek tako?, Može li drukčije? ili Što se događa kada...? Ra-

zumijevanje matematičkoga jezika usko je povezano s ispravnim tumačenjem matematičkih simbola i točnim čitanjem algoritama.

Različitost i raznovrsnost prikaza važne su komponente izgradnje matematičkih koncepata, ali i put od konkretnih i neformalnih situacija prema formalnoj i apstraktnoj matematici. Prikazivanjem matematičkih problema na različite načine nastavnici dobivaju uvid u način razmišljanja svojih učenika. Matematički prikazi primjenjuju se i u drugim predmetima, strukovnim modulima, drugim znanostima, u medijima i različitim situacijama u svakodnevnom osobnom i profesionalnom životu. Upravo je zato važno poučavanjem matematike upoznati učenike s različitim prikazima, s načinima njihova čitanja i zapisivanja te s mogućnošću prelaska s jednoga oblika prikazivanja na drugi.

Kako bismo izgradili čvrstu i stabilnu mrežu matematičkih koncepata, sve problemske situacije i njihove raznovrsne prikaze valja međusobno povezati. Povezivanje podrazumijeva uspostavljanje veza među različitim matematičkim konceptima, između matematike i drugih područja učenja, kao i povezivanje matematike i svakodnevnoga života te matematike i svijeta rada.

Uporaba informacijsko-komunikacijske tehnologije daje jednu novu dimenziju matematičkom obrazovanju učenika. Proces stjecanja matematičkih znanja primjenom računala osim percepcije i procesa stečenih promatranjem, uključuje i vrlo intenzivne intelektualne aktivnosti (apstraktno mišljenje), istraživanje, podršku radu na projektnim zadacima i slično. Svakako valja voditi računa da primjena računala u nastavi bude svrhovita. Primjerice, za otkrivanje svojstva funkcija ili odnosa među geometrijskim objektima preporuča se rabiti programe dinamične geometrije te ostale primjerene i dostupne interaktivne računalne programe i alate.

Posebnu pažnju valja posvetiti i korištenju džepnog računala, od toga kako koristiti neke složenije opcije i prebacivati se u različite načine rada džepnog računala, kako ga ispravno koristiti za dobivanje rezultata veće preciznosti sve do promišljanja u kojim situacijama je potrebno džepno računalo, odnosno koje je zadatke primjerenije rješavati bez uporabe džepnog računala.

Kako bi se razvili svi koncepti i procesi, nužno je mijenjati i osuvremeniti načine učenja i poučavanja matematike te učenicima pružiti raznolika i bogata iskustva učenja. Odabirom temeljnih i reprezentativnih matematičkih sadržaja, uz mogućnost izbornosti određenih koncepata, učenici mogu usvojiti znanja i kompetencije prilagođene njihovim potrebama, iskustvima, interesima i mogućnostima, ali i potrebama struke. Posebice se važnim smatra sposobnost primjene naučenoga u različitim problemskim situacijama te znanje o reguliranju vlastitoga učenja. Uz razvoj matematičkih koncepata i procesa, važno je poučavanjem i učenjem matematike razviti vještinu računanja koja je nužna za svakodnevni život. Redovito uvježbavanje mentalnoga računanja, određivanje jednostavnoga postotka ili približnoga rezultata osigurava učenicima spretnost računanja napamet te primjene vještine računanja i procjenjivanja u životnim situacijama.

Učenik mora biti u samome središtu odgojno-obrazovnoga procesa, a ujedno i aktivno sudjelovati u procesu učenja matematike. Uvažavanjem individualnih razlika učenika omogućuje se poučavanje matematike u kojemu će svatko imati priliku napredovati i postići svoj osobni maksimum. Kako bi se takav napredak osigurao, važno je osvijestiti utjecaj emocija i stavova na rezultate učenja matematike. Pozitivne emocije i stavovi podupiru razvoj samopoštovanja i pozitivne slike o sebi, a oni su opet ključni za motivaciju i trud koje će učenici uložiti u učenje. Upravo je zato važno da poučavanje i učenje matematike učenicima bude izazovno, zabavno, poticajno, prilagođeno i ugodno. Proces učenja prati kvalitetan način vrednovanja s

jasnim kriterijima vrednovanja prilagođenim učeniku, a redovita i razumljiva povratna informacija o radu i rezultatima usmjerena je napredovanju učenika.

Uspješno učenje događa se u socijalnoj interakciji pa je u učenju i poučavanju nužno primijeniti one nastavne strategije i oblike rada koji takvu interakciju promiču. To su, prije svega, suradničko učenje, timski rad, rasprava, projektna i terenska nastava i igra kao nastavne strategije te rad u skupinama i rad u paru kao oblici rada.

Iako je učenik u središtu poučavanja i učenja, nastavnik matematike ima u tom procesu ključnu ulogu. Ta se uloga očituje u stvaranju okružja koje najbolje odgovara učeničkim potrebama i razvija njihove kompetencije. Uspješan nastavnik razumije utjecaj koji njegovo poučavanje ima na učenička postignuća, očekuje napredak od svih svojih učenika te raspolaže stručnim znanjima i kompetencijama kojima će individualizirati poučavanje i poduprijeti učenje svakoga učenika. Učenicima iznosi jasne ciljeve i svrhu svih aktivnosti u predmetu Matematici, daje jasne povratne informacije o njihovom napredovanju te kriterijima vrednovanja. Slobodno odabire i primjenjuje raznovrsne pristupe i strategije poučavanja kojima sve učenike aktivno uključuje u učenje i rad, potiče njihovu motivaciju i interes za matematiku te podržava i ohrabruje uloženi trud. Posebno se ističu istraživačko učenje, učenje usmjereno na rješavanje problema, suradničko učenje i projektna nastava. Nastavnik stvara okružje u kojemu se učenici osjećaju slobodno i obvezno slušati jedni druge, u kojemu je njihov doprinos neizostavan i važan, u kojemu slobodno postavljaju pitanja, traže podršku u učenju, primjenjuju naučeno u različitim situacijama, kritički preispituju proces učenja te razvijaju samostalnost i odgovornost.

U organizaciji procesa poučavanja i učenja nastavnik odabire i prilagođava širinu i dubinu sadržaja ishoda, osmišljava probleme, metode i strategije kako bi ih na najbolji način prilagodio potrebama, mogućnostima i interesima svojih učenika. Nastavnik i učenici imaju autonomiju u odabiru onih materijala i tehnologija koje će učenje matematike učiniti izazovnim, raznolikim i poticajnim te omogućiti ostvarenje predviđenih ishoda učenja. Bitno je naglasiti da u suvremenoj nastavi matematike udžbenik nudi sadržaje kojima se ostvaruju propisani ishodi za sve razine znanja, ali ne ograničava planiranje procesa učenja i poučavanja i način njegove izvedbe. Nastavnik je slobodan samostalno odrediti način i redoslijed ostvarivanja ishoda te dodatnu literaturu i izvore informacija kojima se koriste i učenici. Nastavnik je odgovoran inovativnim pristupom, istraživanjem novih izvora znanja i primjerenom primjenom novih tehnologija poučavanje i učenje učiniti cjelovitim.

Nastavnik postavlja visoka i primjerena očekivanja pred svoje učenike, a ta primjerena očekivanja potiču učenike da u učenje ulažu trud, razvijaju osjećaj kompetentnosti, odgovornosti i sustavnosti te u punoj mjeri ostvaruju vlastite potencijale.

U planiranju poučavanja i učenja matematike nastavnik će vrijeme potrebno za poučavanje određenoga koncepta ili za razvijanje određenih vještina prilagoditi učenicima. Tijekom nastavne godine ostvarit će se svi ishodi učenja planirani za određeni razred, a razina ostvarenosti ovisit će o mogućnostima učenika, ali i o potrebama struke. Suvremeni pristup nastavi u kojemu dominira istraživački pristup, u kojemu se matematika otkriva u rješavanju problemskih situacija, traži dodatno vrijeme, ali i drukčiji pristup poučavanju i učenju. Težište treba biti na odabiru manjega broja problemskih zadataka u kojima učenici mogu samostalno istraživati, zaključivati i stvarati strategije njihova rješavanja, a ne na količini riješenih zadataka. Upravo stoga suvremena nastava traži više vremena kako

bi učenicima omogućila kreativnost i samostalnost u pristupu i zaključivanju.

Cjelokupna zajednica, nastavnik, učenik i roditelji moraju biti svjesni važnosti pristupa matematici koji i od nastavnika i od učenika zahtijevaju veliku odgovornost, angažman i trud. Svrhovito i promišljeno poučavanje potiče učenika na otkrivanje i razumijevanje matematike čime se razvija njegovo samopouzdanje i samosvjesnost o vlastitim potencijalima. Logičko, kritičko i proceduralno mišljenje, razvijeno poučavanjem i učenjem matematike, postat će alat kojim će se služiti u svim aspektima života i rada za svoju korist i zadovoljstvo, svoje obitelji, ali i cijele zajednice.

G. VREDNOVANJE OSTVARENOSTI ODGOJNO-OBRAZOVNIH ISHODA

U nastavnome predmetu Matematici vrednovanje je sastavni dio procesa poučavanja i učenja koje daje obavijest o razini usvojenosti matematičkih znanja, razvijenosti matematičkih vještina i potiče izgradnju pozitivnoga stava učenika prema učenju matematike. Prije poučavanja učenike na njima razumljiv način valja upoznati s očekivanim ishodima i kriterijima vrednovanja koji ukazuju na njihovu ostvarenost. Što i kako se vrednuje, potrebno je unaprijed planirati i najaviti učenicima.

Suvremenim pristupom vrednovanje treba biti instrument unaprjeđenja napretka učenika, ali i poučavanja nastavnika i cijeloga odgojno-obrazovnoga sustava. Na taj način ono zahtijeva odgovornost svih sudionika nastavnog procesa.

Tri su pristupa vrednovanju, vrednovanje za učenje i vrednovanje kao učenje, oba pristupi u formativnom vrednovanju te vrednovanje naučenoga, odnosno sumativno vrednovanje.

Formativno vrednovanje

Vrednovanje za učenje i vrednovanje kao učenje provodi se prikupljanjem podataka o učenikovu radu i postignućima (ciljana pitanja, rad u skupini, domaće zadaće, kratke pisane provjere, prezentacije...) i kritičkim osvrtom učenika i nastavnika na proces učenja i poučavanja. Učenika se skupnim raspravama na satu i individualnim konzultacijama potiče na samovrednovanje postignuća i planiranje učenja. Ti oblici vrednovanja iskazuju se opisno i služe kao jasna povratna informacija učeniku i roditelju o razini ostvarenosti ishoda u odnosu na očekivanja. Nastavnici imaju autonomiju, ali i odgovornost izabrati najprikladnije metode i tehnike vrednovanja unutar pojedinih pristupa vrednovanju.

Vrednovanje za učenje

Vrednovanje za učenje odvija se tijekom učenja i poučavanja. Odnosi se na proces prikupljanja informacija i dokaza o procesu učenja te na interpretacije tih informacija i dokaza kako bi učenici unaprijedili proces učenja, a nastavnici poučavanje. Vrednovanjem za učenje primjenom različitih metoda učenicima se pruža mogućnost da tijekom procesa učenja steknu uvid u to kako mogu unaprijediti svoje učenje s ciljem ostvarivanja ciljeva učenja čime se naglasak stavlja na sam proces učenja. Vrednovanje za učenje u pravilu ne rezultira ocjenom, nego kvalitativnom povratnom informacijom i razmjenom iskustava o procesima učenja i usvojenosti znanja i vještina u odnosu na postavljena očekivanja. Povratna je informacija središnji dio vrednovanja za učenje jer učeniku omogućuje preuzimanje kontrole nad vlastitim učenjem. Vrednovanje za učenje uvijek je usmjereno na napredak učenika pa se trenutačna postignuća svakoga učenika uspoređuju s njegovim prethodnim postignućima fokusirajući se na napredovanje koje je učenik ostvario u odnosu na postavljene odgojno-obrazovne ishode (kriterijsko vrednovanje).

Nastavnicima vrednovanje za učenje pomaže u:

- prikupljanju informacija o početnim znanjima i iskustvima učenika, eventualnim miskoncepcijama, stilovima učenja učenika, o razinama usvojenosti znanja, motivaciji za učenje i drugo
- postavljanju ciljeva i planiranju poučavanja u skladu s potrebama učenika

- dobivanju uvida u učinkovitost vlastita rada, učinkovitijem planiranju i kontinuiranom unaprjeđenju procesa poučavanja.

Učenicima vrednovanje za učenje pomaže da:

- postanu svjesni koliko učinkovito uče te uvide kako trebaju učiti
- unaprjeđuju kompetenciju učiti kako učiti postavljanjem svojih ciljeva učenja i razvijanjem vještina
- imaju bolja postignuća jer primaju česte povratne informacije koliko napreduju i koliko učinkovito uče
- razvijaju motivaciju za učenje, samopouzdanje i pozitivnu sliku o sebi.

Vrednovanje kao učenje

Vrednovanje kao učenje temelji se na ideji da učenici vrednovanjem uče. Ono podrazumijeva aktivno uključivanje učenika u proces vrednovanja uz podršku nastavnika kako bi se maksimalno poticao razvoj učenikova samostalnog i samoreguliranog pristupa učenju. Kad se učenici i sami uključe u proces vrednovanja, on će im vjerojatno biti manje stresan i rizičan. Vrednovanje kao učenje jest oblik partnerstva učenika i nastavnika u kojemu je učenik aktivan i odgovoran nositelj vlastitoga učenja i vrednovanja, a nastavnik stvara uvjete za učenje i prema potrebi ga usmjerava. Nastavnik pomaže učeniku razumjeti kriterije za samovrednovanje, vodi proces samorefleksije i pomaže pri donošenju odluke kako unaprijediti učenje. S obzirom na svrhu ove vrste vrednovanja, povratnu informaciju kod vrednovanja kao učenja daju učenik, drugi učenici, a u manjoj mjeri i nastavnik.

Nastavnicima vrednovanje kao učenje pomaže u:

- podjeli odgovornosti za učenje između nastavnika i učenika
- dobivanju uvida u učenikovo razmišljanje pri analizi i vrednovanju procesa učenja
- kreiranju učinkovitijega poučavanja jer učenici postaju samostalnjiji i motiviraniji.

Učenicima vrednovanje kao učenje pomaže da:

- shvate da je vrednovanje alat za vlastito praćenje učenja i za stjecanje razumijevanje na kojoj se razini učenja nalaze
- usklađuju vlastite procjene s procjenama drugih
- razvijaju vještinu upravljanja svojim učenjem, postavljanja vlastitih ciljeva i razvijanja vještine samovrednovanja i vršnjačkoga vrednovanja potrebnih za postizanje tih ciljeva
- razvijaju osjećaj odgovornosti i samopouzdanja istodobno razvijajući kritičko razmišljanje, analizu i na kraju vrednovanje.

Sumativno vrednovanje i elementi vrednovanja

Vrednovanje naučenoga sumativno je vrednovanje i rezultira brojčanom ocjenom, a ostvarenost ishoda učenja provjerava se usmenim ispitivanjem, pisanim provjerama i matematičkim ili interdisciplinarnim projektima. Sumativno se mogu vrednovati svi odgojno-obrazovni ishodi koji se ostvaruju u određenoj godini učenja matematike. Ako u skladu s potrebama struke i karakteristikama učenika, nastavnik odluči realizirati izborni ishod ili ishod označen kao prošireni sadržaj, tada ga može vrednovati i sumativno.

U jednoj provjeri učenika se može ocijeniti s više elemenata vrednovanja. Kod pisanih provjera i matematičkih projekata učenike treba

unaprijed upoznati koji su to elementi i na koji način će se dio njihova rada vrednovati jednom, odnosno drugom ili trećom ocjenom iz pojedinog elementa.

Elementi vrednovanja odraz su odgojno-obrazovnih ciljeva učenja i poučavanja predmeta Matematike. U nastavnome predmetu Matematika tri su elementa vrednovanja naučenoga:

1. Usvojenost znanja i vještina:

- opisuje matematičke pojmove
- odabire odgovarajuće i matematički ispravne procedure te ih provodi
- provjerava ispravnost matematičkih postupaka i utvrđuje smislenost rezultata
- upotrebljava i povezuje matematičke koncepte.

2. Matematička komunikacija:

- koristi se odgovarajućim matematičkim jezikom (standardni matematički simboli, zapisi i terminologija) pri usmenome i pisanome izražavanju
- koristi se odgovarajućim matematičkim prikazima za predstavljanje podataka
- prelazi između različitih matematičkih prikaza
- svoje razmišljanje iznosi cjelovitim, suvislim i sažetim matematičkim rečenicama
- postavlja pitanja i odgovara na pitanja koja nadilaze opseg izvorno postavljenoga pitanja
- organizira informacije u logičku strukturu
- primjereno se koristi tehnologijom.

3. Rješavanje problema:

- prepoznaje relevantne elemente problema i naslućuje metode rješavanja
- uspješno primjenjuje odabranu matematičku metodu pri rješavanju problema
- modelira matematičkim zakonitostima problemske situacije uz raspravu
- ispravno rješava probleme u različitim kontekstima
- provjerava ispravnost matematičkih postupaka i utvrđuje smislenost rješenja problema
- generalizira rješenje.

U predmetu Matematika postignuća učenika vrednuju se brojčanom ocjenom (nedovoljan – 1, dovoljan – 2, dobar – 3, vrlo dobar – 4, odličan – 5).

Zaključna ocjena iz Matematike mora se temeljiti na ostvarenosti odgojno-obrazovnih ishoda. U tu svrhu nužno je ostvarenost ishoda provjeravati na što više različitih načina i u što više vremenskih točaka. Zaključna ocjena mora biti utemeljena na vjerodostojnim, valjanim i dokazivim informacijama o učenikovu učenju i napretku, o onome što je naučio i kako se razvio. Dobro ju je temeljiti na što više različitih informacija (o postignuću na većemu broju provjera, o rezultatima sudjelovanja u projektima, o kvaliteti učenikovih prezentacija, o njegovu sudjelovanju u radu u skupini s drugim učenicima i sl.). Na taj će način ocjena biti utemeljena na mnogim relevantnim podacima (dobivenima različitim metodama vrednovanja u okviru pristupa vrednovanja naučenoga, ali i vrednovanja za učenje i kao učenje).

Izvjешćivanje koje se odvija tijekom svakoga odgojno-obrazovnog razdoblja temelji se na informacijama dobivenima putem svih pristupa vrednovanja učenikskih postignuća: vrednovanjem za učenje, vrednovanjem kao učenje i vrednovanjem naučenoga. Pritom se