

NATALIJA ZVELF – KRISTINA VUČIĆ – ŽELJKO BOŠNJAK

PRIHVATI IZAZOV 5

Priručnik sa zadacima iz **matematike** za rad s **darovitim** učenicima
u petom razredu osnovne škole

1. izdanje



2022.

**Nakladnik**

ALFA d. d. Zagreb
Nova Ves 23a

Za nakladnika

Ivan Petric

Direktorica nakladništva

mr. sc. Daniela Novoselić

Urednica

Marija Draganjac

Recenzija

dr. sc. Boris Čulina
Suzi Radović, prof.
Edita Lukačević, prof.

Lektura i korektura

Kristina Ferenčina

Likovno i grafičko oblikovanje

Rajna Hranuelli

Naslovnica

Rajna Hranuelli

Ilustracije

www.freepik.com

Tehnička priprema

Rajna Hranuelli
Alfa d. d.

Tisak

Og grafika d. o. o.

Proizvedeno u Republici Hrvatskoj, EU

Drugi obrazovni materijal odobrila je Agencija za odgoj i obrazovanje od **4. ožujka 2022.**

KLASA: **602-05/22-01/05**

URBROJ: **561-06/09-22-3**

© Alfa

Ova knjiga, ni bilo koji njezin dio, ne smije se umnožavati ni na bilo koji način reproducirati bez nakladnikova pismenog dopuštenja.

NATALIJA ZVELF – KRISTINA VUČIĆ – ŽELJKO BOŠNJAK

PRIHVATI IZAZOV 5

Priručnik sa zadacima iz **matematike** za rad s **darovitim** učenicima
u petom razredu osnovne škole



Ovaj priručnik sa zadatcima namijenjen je učenicima petih razreda osnovne škole koji žele dopuniti i proširiti svoje matematičke kompetencije stečene na redovitoj nastavi. Priručnik može poslužiti za izbornu i dodatnu nastavu u petom razredu, a posebno onim učenicima koji se pripremaju za matematička natjecanja. Priručnikom se mogu koristiti i učitelji matematike za osmišljavanje dodatne nastave te pripremu učenika za natjecanja na svim razinama.

Priručnik je podijeljen u šest većih poglavlja, koja prate izvedbeni kurikulum Matematike u petom razredu:

1. Skupovi
2. Prirodni brojevi
3. Djeljivost prirodnih brojeva
4. Oblik, prostor i mjerenje
5. Razlomci i decimalni brojevi
6. Logičko-kombinatorni zadatci.

U svakom poglavlju navedeni su osnovni pojmovi i činjenice čije je poznavanje potrebno pri rješavanju zadataka iz tog dijela nastavnih sadržaja. Potom je riješeno nekoliko karakterističnih primjera, a zatim slijede zadatci za vježbu te zadatci s prethodnih školskih, općinskih, županijskih, regionalnih i državnih natjecanja. Rješenja svih zadataka nalaze se na kraju priručnika.

Svim petašima i njihovim učiteljima želimo puno uspjeha!

Autori

SKUPOVI9

Pojam skupa	10
Zapis skupa	12
Elementi skupa.....	15
Broj elemenata skupa.....	16
Podskup skupa. Jednakost skupova	17
Operacije sa skupovima	24
Presjek skupova	24
Unija skupova	27
Međusobna veza skupovnih operacija	34
Koliko elemenata ima unija?.....	39
Kako prebrojiti elemente skupa?	45

PRIRODNI BROJEVI.....53

Prirodni brojevi	54
Množenje i dijeljenje prirodnih brojeva	58
Izvođenje više računskih radnji	61
Gaussova dosjetka.....	65
Rješavanje jednadžbi	68
Jednadžbe na „vaganje”	77
Sustavi jednadžbi.....	79
Uzastopni brojevi	84
Zadatci sa znamenkama	86
Brojevi oblika 1234567891011121314151617181920... ..	89

DJELJIVOST PRIRODNIH BROJEVA.....93

Svojstva djeljivosti.....	94
Djeljivost s nekim brojevima.....	98
Prosti i složeni brojevi. Rastavljanje broja na proste faktore	107

OBLIK, PROSTOR I MJERENJE..... 113

Skupovi točaka u ravni	114
Opseg i površina geometrijskih likova	123
Volumen kocke i kvadra.....	141
Volumen kvadra.....	143

Volumen kocke	144
Kut	149
Vrste kutova	150
Vršni kutovi	150
Susjedni kutovi (sukuti) i suplementarni kutovi	151
Komplementarni kutovi	151
Kut i kazaljke sata	158
Simetrala dužine	160
Oсна i centralna simetrija	165
Oсна simetrija	165
Centralna simetrija	167

RAZLOMCI I DECIMALNI BROJEVI 173

Razlomci	174
Decimalni brojevi	181
Postotak. Računanje s postotcima	191
Aritmetička sredina	195
Računanje s novcem	198

LOGIČKO-KOMBINATORNI ZADATCI 203

Integram	204
Još malo logičkih zadataka	209
Dirichletov princip	211

RJEŠENJA ZADATAKA..... 215

Skupovi	216
Prirodni brojevi	232
Djeljivost prirodnih brojeva	242
Oblik, prostor i mjerenje	249
Razlomci i decimalni brojevi	276
Logičko-kombinatorni zadatci	283



SKUPOVI



POJAM SKUPA

Buket
skup cvjetova



Jato
skup ptica



5.a
skup učenika 5.a razreda



Školski nogometni tim
skup nogometaša naše škole



Glazbeni sastav
skup glazbenika



Kalendar
skup mjeseci u godini

SIBIČANJ	VELJAČA	OŽUJAK	TRAVANJ
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31
SVIBANJ	LIPANJ	SRPANJ	KOLOVOZ
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31
RUJAN	LISTOPAD	STUDENI	PROSINAC
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31

Abeceda
skup slova hrvatske abecede

A B C Č Ć D Đ Ž Đ E F G H I J K L
L J M N N J O P R S Š T U V Z Ž

Znamenke
skup znamenaka

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

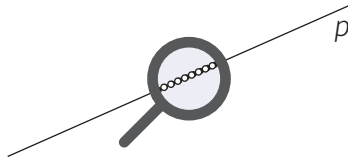
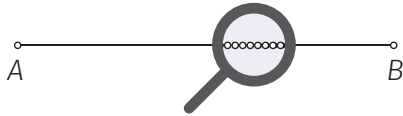
U svakodnevnom životu, ali i u matematici, često se susrećemo sa skupovima. U matematici **SKUP** zamišljamo kao cjelinu kojoj pripadaju različiti članovi ili elementi koji imaju neko zajedničko obilježje.

Skupove najčešće zadajemo navođenjem svojstva koje odvađa sve objekte koji imaju to svojstvo od objekata koji ga nemaju. Pri tome, da bi skup bio određen, važno je jasno i precizno iskazati to svojstvo da bismo znali koji mu objekti pripadaju, a koji mu ne pripadaju. Objekte koji pripadaju skupu nazivamo **elementima ili članovima** toga skupa. Elemente jednoga skupa povezuje njihovo zajedničko svojstvo, za koje kažemo da određuje taj skup. Članovi ili elementi skupa mogu biti: točke, brojevi, predmeti, životinje, biljke, ljudi, slova, riječi, pojmovi ili neki drugi objekti koji pripadaju skupu (po nekom zajedničkom svojstvu).

**PRIMJER 1.**

- a) Svi stanovnici grada Osijeka čine jedan skup. Članovi toga skupa svi su ljudi koji žive u Osijeku.
- b) Mjeseci u godini čine jedan skup. Rujan je jedan element toga skupa. Taj skup ima 12 elemenata.
- c) Sva slova hrvatske abecede čine jedan skup. Taj skup ima 30 elemenata.
- d) Znamenke kojima zapisujemo sve brojeve čine skup znamenaka. Elementi toga skupa jesu: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 i 9. Taj skup ima 10 elemenata.
- e) Svi samoglasnici hrvatske abecede čine jedan skup. Elementi toga skupa jesu: *a, e, i, o, u*. Taj skup ima 5 elemenata.
- f) Svi parni troznamenkasti brojevi manji od 115 čine jedan skup. Elementi toga skupa brojevi su: 100, 102, 104, 106, 108, 110, 112 i 114. Taj skup ima 8 elemenata.
- g) Svi neparni brojevi čine jedan skup. To su brojevi 1, 3, 5, 7, ... Skup svih neparnih brojeva ima beskonačno mnogo elemenata.

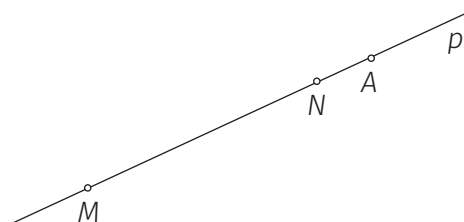
I u geometriji se susrećemo sa skupovima, skupovima točaka. To su: dužina, pravac, polupravac, krug, kružnica, trokut, pravokutnik itd.

**PRIMJER 2.**

Dužina je skup točaka. Elementi dužine sve su točke te dužine. Razmisli, koliko elemenata ima dužina?

**PRIMJER 3.**

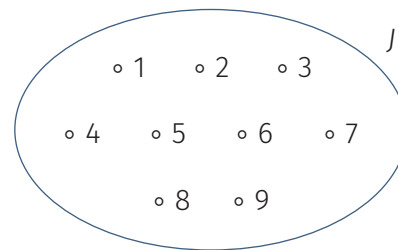
Pravac je skup točaka. Elementi pravca točke su toga pravca. Pravac je skup koji ima beskonačno mnogo elemenata.



ZAPIS SKUPA

Skupove možemo odrediti i prikazati na nekoliko načina:

- **crtežom**: skup J je skup jednoznamenkastih prirodnih brojeva
- **nabrajanjem** njegovih elemenata $J = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
- **opisom zajedničkog svojstva**
 $J = \{x : x \text{ je jednoznamenkasti prirodni broj}\}.$



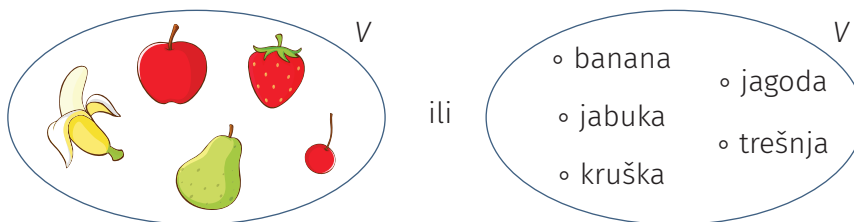
Pobliže opišimo svaki prikaz.

Prikaz crtežom

Skupovi se često prikazuju kao dijelovi ravnine omeđeni zatvorenim crtama (kružnicama, elipsama, pravokutnicima), a elementi skupa točkama. Takav se prikaz naziva **Vennovim dijagramom**. Vennovi dijagrami dobili su naziv po engleskom svećeniku i matematičaru Johnu Vennu (1834. – 1923.).

Sve točke unutar zatvorene crte elementi su skupa, a točke izvan zatvorene crte nisu elementi skupa. Skupove označavamo velikim tiskanim slovom.

Na primjer, skup Majina omiljenog voća V crtežom (Vennovim dijagramom) prikazujemo ovako:



Prikaz skupa nabrajanjem njegovih elemenata

Elemente (članove) skupa zapisujemo unutar vitičastih zagrada i odvajamo zarezima. Skupovi se često označavaju velikim tiskanim slovima, a njegovi elementi ili članovi malim slovima abecede.

Tako skup Majina omiljenog voća možemo označiti V .

$$V = \{\text{kruška, jabuka, banana, jagoda, trešnja}\}$$

Skup Majina omiljenog voća ima 5 elemenata. Redoslijed elemenata nije važan.

Da bismo zapisali skup dvoznamenkastih prirodnih brojeva D , naravno, nećemo nabrajati i ispisivati sve dvoznamenkaste prirodne brojeve jer su to prirodni brojevi od 10 do 99. Zapisujemo ga ovako:

$$D = \{10, 11, 12, \dots, 98, 99\}$$

Primijetimo da smo zapisali prvih nekoliko elemenata, zatim tri točkice koje označavaju „i tako dalje” i na kraju smo naveli nekoliko posljednjih elemenata jer moramo pokazati gdje nabrajanje prestaje.

Prikaz skupa opisom zajedničkog svojstva njegovih elemenata

Skup Majina omiljenog voća mogli smo zadati i ovako:

$$V = \{v : v \text{ je Majino omiljeno voće}\}$$

Čitamo: skup V je skup svih elemenata v za koje vrijedi da je v Majino omiljeno voće.



Simbole : i | čitamo: „za koje vrijedi” ili „takvih da je” ili „sa svojstvom da je”.

Ponekad crtežom ili nabrojanjem nije prikladno prikazati sve elemente nekoga skupa. Zamislimo na primjer skup što ga čine svi biciklisti. U tom slučaju skup zadajemo opisom svojstva što ga imaju svi njegovi članovi i zapisujemo:

$$B = \{x : x \text{ je biciklist}\} \text{ ili } B = \{x \mid x \text{ je biciklist}\}.$$

Čitamo: „Skup B je skup svih elemenata x koji imaju svojstvo da je x biciklist.”

Evo još nekoliko primjera skupova koje možemo zadati opisom zajedničkog svojstva svih njegovih članova:

$$M = \{m : m \text{ je učenik petog razreda koji pohađa dodatnu nastavu matematike}\}$$

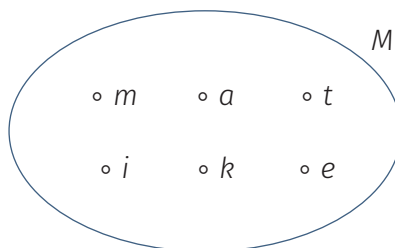
$N = \{n : n \text{ je neparni broj } < 50\}$ je skup svih elemenata n za koje vrijedi da je n neparni broj manji od 50.



Neka je M skup slova u riječi *matematika*. Zapišimo skup M nabrojanjem njegovih elemenata i prikažimo ga Vennovim dijagramom.

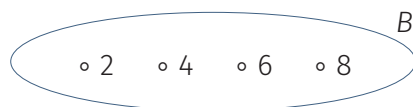
Rješenje: Skup M nećemo zapisati ovako: $M = \{m, a, t, e, m, a, t, i, k, a\}$, jer nema potrebe dva puta zapisivati da je slovo m element skupa, kada je to isti element skupa. Isto vrijedi i za slova a i t . Zbog toga ćemo skup M zapisati ovako: $M = \{m, a, t, e, i, k\}$, a možemo i ovako $M = \{e, i, k, m, a, t\}$ jer redoslijed nabrojanja elemenata skupa nije bitan.

Skup čine različiti elementi, a redoslijed nabrojanja elemenata nije bitan.



↓ PRIMJER 5.

Skup B prikazan je Vennovim dijagramom. Zapišimo ga nabranjem svih njegovih elemenata i opisom zajedničkog svojstva njegovih elemenata. Koliko elemenata ima taj skup?



Rješenje: $B = \{2, 4, 6, 8\}$ i $B = \{x \mid x \text{ je parni prirodni broj manji od } 10\}$ ili $B = \{x \mid x \text{ je parni jednoznamenasti prirodni broj}\}$. Skup B ima 4 elementa.

↓ PRIMJER 6.

Pročitajmo i zapišimo skup Z nabranjem njegovih elemenata.

$$Z = \{x : x \text{ je dvoznamenkasti broj kojem su znamenke jednake}\}$$

Rješenje: Čitamo: Skup Z je skup svih dvoznamenkastih brojeva kojima su znamenke jedinica i desetica jednake. Taj skup može se zapisati ovako:

$$Z = \{11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99\}.$$

↓ PRIMJER 7.

Pročitajmo i zapišimo skup P nabranjem njegovih elemenata.

$$P = \{p : p \text{ je obvezni nastavni predmet u petom razredu}\}$$

Rješenje: Čitamo: Skup P je skup svih obveznih nastavnih predmeta u 5. razredu.

$P = \{\text{Hrvatski jezik, Likovna kultura, Glazbena kultura, Strani jezik, Matematika, Priroda, Povijest, Geografija, Tehnička kultura, Tjelesna i zdravstvena kultura, Informatika}\}$

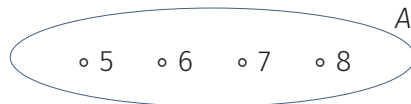
↓ PRIMJER 8.

Pročitajmo i zapišimo skup A nabranjem njegovih elemenata. Prikažimo skup A Vennovim dijagramom.

$$A = \{x : 5 \leq x < 9\}$$

Rješenje: Čitamo: Skup A je skup svih brojeva za koje vrijedi da su veći ili jednaki broju 5, a manji od 9. Znak $\geq$ čita se „veći ili jednak” i označava sve brojeve koji su veći od nekoga broja, ali uključuju i sam taj broj.

$$A = \{5, 6, 7, 8\}$$



ELEMENTI SKUPA

Promotrimo skup $G = \{\text{dužina, polupravac, trokut, pravokutnik}\}$. Rekli smo da se članovi skupa nazivaju i **elementi**. Vidimo da je dužina element skupa G , što pišemo $\text{dužina} \in G$ (čitamo: *dužina je element skupa G*). Krug nije element skupa G , pa to zapisujemo $\text{krug} \notin G$ (čitamo: *krug nije element skupa G*).



UPAMTI

$\in$ čitamo: *je element* $\notin$ čitamo: *nije element*



PRIMJER 9.

Zadan je skup slova $B = \{b, r, o, j\}$. Pročitajmo sljedeće tvrdnje: $b \in B$, $a \notin B$, $o \in B$.

Rješenje:

$b \in B$ – čitamo: *b je element skupa B* .

$a \notin B$ – čitamo: *a nije element skupa B* .

$o \in B$ – čitamo: *o je element skupa B* .



PRIMJER 10.

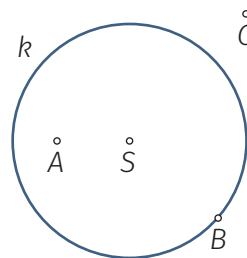
Na slici je nacrtana kružnica k i istaknute su točke A , B , C i S . Koje su tvrdnje točne?

$A \in k$

$B \in k$

$C \notin k$

$S \in k$



Rješenje:

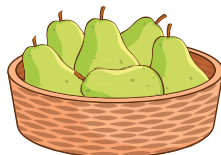
$A \in k$ – netočno, točka A ne pripada kružnici

$B \in k$ – točno, točka B nalazi se na kružnici, stoga joj i pripada

$C \notin k$ – točno, točka C ne nalazi se na kružnici, stoga joj ne pripada

$S \in k$ – netočno, točka S ne pripada kružnici

Postoji skup koji ne sadrži ni jedan element. Takav se skup naziva **prazan skup** i označava se $\emptyset$. Katkad se prazan skup označava i $\{ \}$.



**PRIMJER 11.**

Neka je S skup osoba starijih od 200 godina.

- a) Zapišimo skup opisom zajedničkog svojstva.
- b) Navedimo elemente toga skupa.

Rješenje: a) $S = \{x : x \text{ je osoba starija od 200 godina}\}$

b) Kako ne postoji osoba starija od 200 godina, skup S nema ni jednog člana (elementa), stoga je skup S prazan skup i zapisujemo $S = \emptyset$.

**PRIMJER 12.**

Skup $A = \{x \mid x \text{ je jednoznamenasti broj veći od 13}\}$ zapišimo nabranjem njegovih elemenata.

Rješenje: Ne postoji jednoznamenasti broj veći od 13, stoga je skup A prazan skup, što zapisujemo $A = \emptyset$.

BROJ ELEMENATA SKUPA

Da bismo odredili koliko elemenata ima neki skup, prebrojit ćemo njegove elemente.

Broj elemenata (članova) nekoga skupa S označava se **$k(S)$** i naziva se **kardinalni broj skupa S** .

**PRIMJER 13.**

Odredimo i zapišimo broj elemenata sljedećih skupova:

- a) $A = \{a : a \text{ je dvoznamenkasti broj manji od 20}\}$
- b) $B = \{5\}$
- c) $C = \{\text{crvena, plava, žuta, zelena}\}$
- d) D je skup svih slova hrvatske abecede.
- e) E je skup svih dana u tjednu koji počinju slovom k .

Rješenje: a) Skup A ima 10 elemenata pa je njegov kardinalni broj 10, što zapisujemo $k(A) = 10$.

b) Skup B ima jedan element pa vrijedi $k(B) = 1$.

c) $k(C) = 4$

d) $k(D) = 30$

e) Kako ne postoji dan u tjednu koji počinje slovom k , tako je skup E prazan skup, pa je $k(E) = 0$.

**UPAMTI**

$$k(\emptyset) = 0$$

Za skupove čiji je broj članova jednak nekom prirodnom broju kažemo da su **konačni skupovi**.

Za skup koji nije konačan kažemo da je beskonačan. Na primjer, skup čiji su elementi parni brojevi označimo slovom P i zapišimo $P = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, \dots\}$. Broj članova ovoga skupa ne može se izreći ni jednim prirodnim brojem, stoga je on beskonačan skup ili kažemo da taj skup ima **beskonačno mnogo elemenata**.

Možemo naći puno skupova kojima je broj članova beskonačan. Takav je npr. skup brojeva kojima je posljednja znamenka pet, članovi toga skupa jesu: $\{5, 15, 25, 35, 45, 55, 65, 75, \dots\}$ ili skup svih neparnih brojeva većih od 30, članovi tog skupa jesu: $\{31, 33, 35, 37, \dots\}$ itd.

Je li skup svih riba u moru ili skup svih zvijezda na nebu konačan ili beskonačan skup? Podijeli svoje razmišljanje s prijateljima na dodatnoj nastavi matematike.

PODSKUP SKUPA. JEDNAKOST SKUPOVA

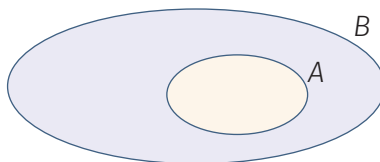
Neka je G skup odjevnih predmeta koji čine tvoju garderobu. Sve tvoje majice čine skup M . Kako su one ujedno i dio tvoje garderobe, kažemo da je skup majica **podskup** ili **dio** skupa svih tvojih odjevnih predmeta.



Pišemo: $M \subseteq G$ (čitamo: skup M je podskup skupa G).

Međutim, skup svih tvojih odjevnih predmeta nije podskup skupa tvojih majica pa kažemo da skup G nije podskup skupa M . Pišemo: $G \not\subseteq M$ (čitamo: skup G nije podskup skupa M).

Općenito: **Kažemo da je skup A podskup ili dio skupa B samo ako je svaki element skupa A ujedno i element skupa B .**



Pišemo: $A \subseteq B$

Čitamo: skup A je podskup skupa B ili skup A je sadržan u skupu B ili skup A je dio skupa B .

Vrijedi i $A \subseteq A$ i $B \subseteq B$, odnosno **svaki je skup podskup samog sebe**.

Prazan skup je podskup svakog skupa. Razmisli zašto je to tako. To zapisujemo: $\emptyset \subseteq A$, $\emptyset \subseteq B$.



Za dva skupa kažemo da su jednaka ako se sastoje od istih elemenata, odnosno ako su svi elementi prvoga skupa jednaki elementima drugoga skupa i obrnuto, ako su svi elementi drugoga skupa jednaki elementima prvoga skupa. Ako su skupovi A i B jednaki, pišemo $A = B$.
Jednaki skupovi imaju jednak broj elemenata.

Ako skupovi A i B nisu jednaki, onda to zapisujemo $A \neq B$ (čitamo: A je različito od B).

↓ PRIMJER 14.

Zadani su skupovi $A = \{p, a, s\}$ i $B = \{s, a, p\}$. Vrijedi li $A = B$?

Rješenje: Skupovi A i B jednaki su i pišemo $A = B$ jer se sastoje od istih elemenata. U skupu nije bitan poredak elemenata, važno je da se svi elementi nalaze u oba skupa. Skupovima A i B još su jednaki skupovi: $\{p, s, a\}$, $\{a, p, s\}$, $\{a, s, p\}$ i $\{s, p, a\}$.

↓ PRIMJER 15.

Zadani su skupovi $C = \{3, 4, 5, 6\}$ i $D = \{n : 2 < n \leq 6\}$. Jesu li skupovi C i D jednaki skupovi?

Rješenje: Skup $D = \{3, 4, 5, 6\}$ ima iste elemente kao i skup C , pa je $C = D$.

↓ PRIMJER 16.

Zadan je skup $E = \{n : n \text{ je višekratnik broja } 5 \text{ veći od } 6, \text{ a manji od } 10\}$. Je li skup E jednak praznom skupu?

Rješenje: Kako ne postoji višekratnik broja 5 koji je veći od 6, a manji od 10, tako je skup E prazan skup pa je $E = \emptyset$.

↓ PRIMJER 17.

Neka je F skup znamenaka broja 34 556, a G skup znamenaka broja 6 534. Vrijedi li jednakost $F = G$?

Rješenje: Kako je $F = \{3, 4, 5, 6\}$, a $G = \{6, 5, 3, 4\}$, tako vidimo da se skupovi F i G sastoje od istih elemenata, stoga je $F = G$.

Ako je $C \subseteq D$ i $C \neq D$, onda kažemo da je C pravi podskup od D i pišemo $C \subset D$.

Na primjer, ako je $C = \{\star, \heartsuit, \blacktriangle\}$ i $D = \{\star, \heartsuit, \blacklozenge, \blacktriangle\}$, vidimo da skup D ima barem jedan element koji ne pripada skupu C , stoga je C pravi podskup od D i pišemo $C \subset D$.

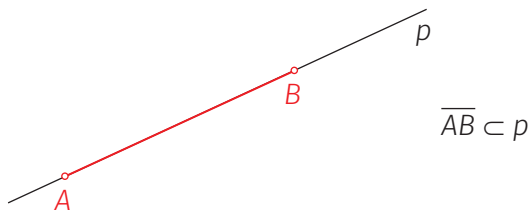
↓ **PRIMJER 18.**

Neka je skup $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

Skup parnih jednoznamenastih brojeva podskup je skupa A , odnosno $B \subset A$, gdje je $B = \{2, 4, 6, 8\}$.

↓ **PRIMJER 19.**

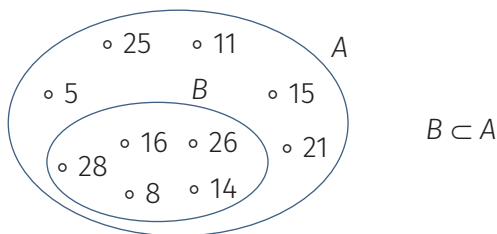
Prisjetimo se da su dužina i pravac skupovi točaka. Svaka točka dužine ujedno je i točka pravca kojem ta dužina pripada, stoga je dužina $\overline{AB}$ pravi podskup pravca p .



↓ **PRIMJER 20.**

Zadan je skup $A = \{5, 8, 11, 14, 15, 16, 21, 25, 26, 28\}$. Odredimo skup B koji je podskup skupa A tako da su njegovi elementi svi parni brojevi iz skupa A . Skupove A i B prikažimo i Vennovim dijagramom.

Rješenje: Kako svaki element skupa B mora biti i element skupa A te mora biti parni broj, tako dobivamo: $B = \{8, 14, 16, 26, 28\}$.



↓ **PRIMJER 21.**

Zadani su skupovi $P = \{3, 5, 6, 8\}$, $R = \{2, 3, 5, 6, 8, 9, 10\}$, $S = \{6, 8\}$ i $T = \{2, 3, 5\}$. Koje su tvrdnje točne?

$$P \subset R \quad S \subset R \quad S \not\subset P \quad T \subset P \quad T \not\subset R$$

Rješenje: $P \subset R$ – točno, svi elementi skupa P nalaze se i u skupu R i $P \neq R$, tj. u skupu R postoji još elemenata koji nisu u skupu P , stoga je P pravi podskup od R , $P = \{3, 5, 6, 8\}$, $R = \{2, 3, 5, 6, 8, 9, 10\}$

$S \subset R$ – točno, svi elementi skupa S nalaze se i u skupu R i $S \neq R$, $R = \{2, 3, 5, 6, 8, 9, 10\}$, $S = \{6, 8\}$

$S \not\subset P$ – netočno, svi elementi skupa S nalaze se i u skupu P i $S \neq P$, stoga je $S \subset P$,
 $P = \{3, 5, 6, 8\}$, $S = \{6, 8\}$

$T \subset P$ – netočno, jer $2 \notin P$ i $2 \in T$, stoga $T \not\subset P$

$T \not\subset R$ – netočno, svi elementi skupa T nalaze se i u skupu R i $T \neq R$, stoga je $T \subset R$,
 $R = \{2, 3, 5, 6, 8, 9, 10\}$, $T = \{2, 3, 5\}$.


ZADATCI ZA VJEŽBU

- Napiši nekoliko elemenata skupa:
 - učenika svojeg razreda,
 - otoka u Hrvatskoj,
 - prometnih sredstava.
- Zadani skup zapiši nabrojanjem svih njegovih elemenata:
 - skupa neparnih jednoznamenkastih brojeva
 - skupa parnih brojeva manjih od 15
 - neparnih dvoznamenkastih brojeva
 - skupa peteroznamenkastih brojeva.
- Ispiši elemente skupova koji su zadani zajedničkim obilježjem elemenata i odredi im broj elemenata.
 - $H = \{x \mid x \text{ je broj djeljiv s } 3 \text{ i manji od } 30\}$
 - $A = \{a \mid a \leq 8\}$
 - $B = \{b \mid 4 \leq b \leq 11\}$
 - $D = \{d \mid d \text{ je mjesec u godini koji počinje slovom } s\}$
 - $E = \{e \mid e \text{ je dvoznamenkasti broj čiji je zbroj znamenaka } 13\}$.
- Sljedeće skupove zapiši opisom zajedničkog svojstva njegovih članova. Odredi broj članova svakog skupa.
 - $A = \{\text{lipanj, listopad}\}$
 - $B = \{11, 21, 31, 41, 51, 61, 71, 81, 91\}$
 - $C = \{2, 3, 4\}$
 - $D = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
 - $E = \{100, 200, 300, \dots\}$
- Na slici je nacrtan trokut T i istaknute su točke A, B, C, D, E, F i G . Koje su tvrdnje točne?

$A \notin T$
 $B \notin T$
 $C \notin T$
 $D \in T$
 $E \in T$
 $F \notin T$
 $G \notin T$

- Na slici je nacrtan krug K . Upiši znak $\in$ ili $\notin$ tako da tvrdnja bude točna.

 $I \quad \square \quad K$
 $J \quad \square \quad K$
 $S \quad \square \quad K$
 $L \quad \square \quad K$
 $M \quad \square \quad K$
